

# Il Teorema di Pitagora

## Il Teorema di Pitagora

Teoria a pag. 496-G

### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

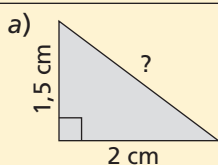
#### 1 Rispondi alle domande.

- A quali triangoli si applica il teorema di Pitagora?
- Cosa dice il teorema di Pitagora? Scrivi l'enunciato sul tuo quaderno.

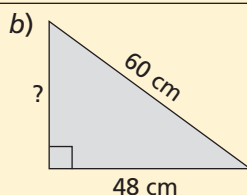
#### 2 Rispondi alle domande (vedi «Per saperne di più» sul quaderno delle attività per la scoperta).

- Che cosa significa la parola «teorema»?
- Che cos'è una «dimostrazione»?
- Come dimostri la verità del teorema di Pitagora?

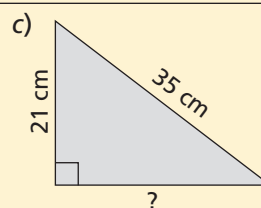
#### 3 Per ogni triangolo rettangolo, scegli la formula che ti fa trovare il lato indicato con «?».



- $i = \sqrt{C^2 + c^2}$
- $C = \sqrt{i^2 - c^2}$
- $c = \sqrt{i^2 - C^2}$



- $i = \sqrt{C^2 + c^2}$
- $C = \sqrt{i^2 - c^2}$
- $c = \sqrt{i^2 - C^2}$



- $i = \sqrt{C^2 + c^2}$
- $C = \sqrt{i^2 - c^2}$
- $c = \sqrt{i^2 - C^2}$

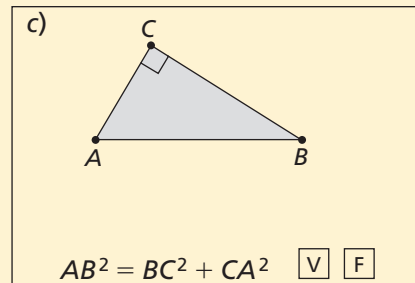
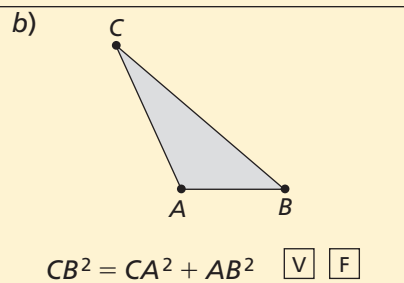
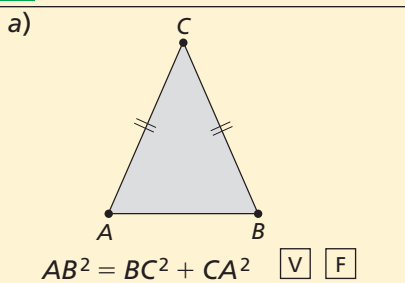
#### 4 Scrivi la formula che ti permette di calcolare la misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo, note le misure dei due cateti.

#### 5 Scrivi la formula che ti permette di calcolare la misura di un cateto, note le misure dell'altro cateto e dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo.

#### 6 Esprimi in simboli.

- Il cateto  $a$  di un triangolo rettangolo è uguale alla radice quadrata della differenza tra il quadrato dell'ipotenusa  $c$  ed il quadrato del cateto  $b$ .
- L'ipotenusa  $x$  di un triangolo rettangolo è uguale alla radice quadrata della somma dei quadrati dei due cateti  $y$  e  $z$ .

#### 7 Metti una crocetta su ☐ (VERO) o ☐ (FALSO).



#### 8 Cosa c'è di sbagliato?

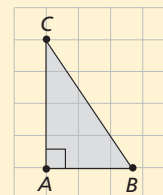
$$AB^2 = \sqrt{BC^2 + CA^2}$$

$$CA = \sqrt{AB^2 - BC^2}$$

CORREGGI

.....

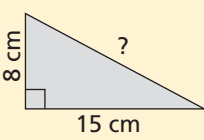
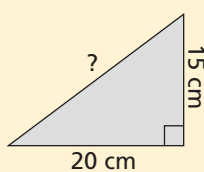
.....



## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

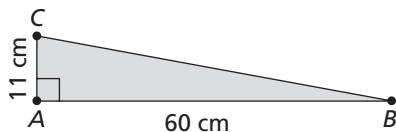
Problemi in cui si richiede la misura dell'ipotenusa

**9** Completa la tabella.

Triangolo rettangolo	Per trovare «?» uso la formula ...			Esegui i calcoli	La misura del lato «?» è ...
	$i = \sqrt{C^2 + c^2}$	$C = \sqrt{i^2 - c^2}$	$c = \sqrt{i^2 - C^2}$		
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....

### ESERCIZIO GUIDATO

**10** Trova la misura di  $BC$ .



$$AB = 60 \text{ cm}$$

$$BC = ?$$

$$AC = 11 \text{ cm}$$

- $ABC$  è un triangolo rettangolo ? .....
- Colora l'ipotenusa di azzurro.
- Poiché in ogni triangolo rettangolo:

$$i^2 = C^2 + c^2$$

sarà  $BC^2 = AB^2 + CA^2$  da cui

$$BC = \sqrt{AB^2 + CA^2} = \sqrt{60^2 + \dots^2} = \sqrt{\dots + \dots} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm} \quad [61 \text{ cm}]$$

**11** In un triangolo rettangolo i cateti misurano rispettivamente 12 cm e 35 cm. Calcola la misura dell'ipotenusa. [37 cm]

**12** Un triangolo rettangolo ha i cateti di 8 cm e 15 cm. Quanto misura l'ipotenusa? [17 cm]

**13** Calcola la misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo i cui cateti sono lunghi rispettivamente 56 cm e 105 cm. [119 cm]

**14** Disegna un triangolo rettangolo con i cateti lunghi rispettivamente 4,8 cm e 6,4 cm. Trova la misura dell'ipotenusa col calcolo. Verifica che il risultato ottenuto corrisponda alla misura sul disegno.

**15** Disegna un triangolo rettangolo isoscele e verifica se il quadrato costruito sull'ipotenusa è il doppio del quadrato costruito su ciascuno dei due cateti.

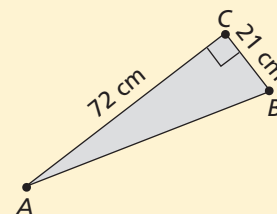
**16** Disegna almeno tre triangoli rettangoli diversi. Misura, con il righello, la lunghezza di ciascuno dei tre lati e verifica che tra di essi esista la relazione pitagorica.

**17** Disegna un triangolo che abbia i lati rispettivamente di 8,5 cm, 7,5 cm e 4 cm. Di quale tipo di triangolo si tratta? Verifica, col calcolo, le tue osservazioni.

- 18** Del triangolo rettangolo  $ABC$  sai che il cateto minore misura 21 cm ed il cateto maggiore 72 cm.

- a) Calcola la misura dell'ipotenusa.  
b) Calcola la misura del perimetro del triangolo.  
c) Calcola la misura dell'area del triangolo.

[75 cm]  
[168 cm]  
[756 cm<sup>2</sup>]



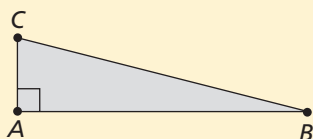
- 19** Calcola la misura del perimetro di un triangolo rettangolo i cui cateti misurano rispettivamente 84 cm e 13 cm. [182 cm]

- 20** In un triangolo rettangolo, un cateto è lungo 24 cm e l'altro è di 8 cm più lungo. Calcola la misura del perimetro. [96 cm]

- 21** Calcola la misura del cateto  $AB$ , dell'ipotenusa  $BC$  e del perimetro del triangolo  $ABC$  in figura.

$$A_{ABC} = 504 \text{ cm}^2$$

$$AC = 16 \text{ cm}$$



$$AB = ? \quad [63 \text{ cm}]$$

$$BC = ? \quad [65 \text{ cm}]$$

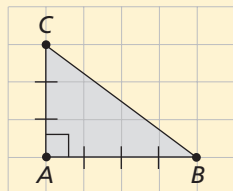
$$2p_{ABC} = ? \quad [144 \text{ cm}]$$

- 22** Calcola la misura del perimetro del triangolo rettangolo  $ABC$  che ha l'area di 240 dm<sup>2</sup> ed un cateto di 30 dm. [80 dm]

- 23** Osserva il triangolo rettangolo  $ABC$  e trova i dati mancanti.

$$AC = \frac{3}{4} AB$$

$$AB = 36 \text{ dm}$$



$$AC = ? \quad [27 \text{ dm}]$$

$$BC = ? \quad [45 \text{ dm}]$$

$$2p_{ABC} = ? \quad [108 \text{ dm}]$$

$$A_{ABC} = ? \quad [486 \text{ dm}^2]$$

- 24** In un triangolo rettangolo un cateto è  $i \frac{5}{12}$  dell'altro cateto che è lungo 6 dm. Calcola la misura del perimetro del triangolo in cm. [150 cm]

- 25** In un triangolo rettangolo, il cateto minore misura 80 cm ed è  $i \frac{20}{21}$  dell'altro cateto. Calcola le misure del perimetro e dell'area del triangolo. [28 dm; 3 360 cm<sup>2</sup>]

- 26** Calcola la misura del perimetro di un triangolo rettangolo che ha un cateto doppio dell'altro ed il cateto minore di 5 cm. [26, 18 cm]

- 27** Calcola la misura del perimetro di un triangolo rettangolo in cui la somma dei due cateti è 392 cm e l'uno è  $i \frac{9}{40}$  dell'altro. Esprimi il risultato in dm. [72 dm]

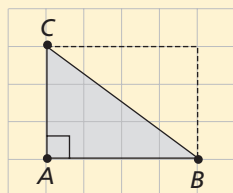
- 28** Calcola le misure del perimetro e dell'area di un triangolo rettangolo in cui un cateto è  $i \frac{7}{24}$  dell'altro e la loro differenza è 119 dm. [392 dm; 4 116 dm<sup>2</sup>]

- 29** Calcola le misure del perimetro e dell'area di un triangolo rettangolo in cui un cateto supera l'altro di 42 cm ed il loro rapporto è  $\frac{15}{8}$ . [240 cm ; 2 160 cm<sup>2</sup>]

- 30** Calcola la misura dell'ipotenusa del triangolo rettangolo  $ABC$ .

$$A_{ABC} = 54 \text{ cm}^2$$

$$CA = \frac{3}{4} AB$$



$$BC = ? \quad [15 \text{ cm}]$$

**31** In un triangolo rettangolo l'area è di  $120 \text{ cm}^2$  ed un cateto è  $i \frac{12}{5}$  dell'altro. Quanto misurano l'ipotenusa ed il perimetro? [26 cm; 60 cm]

**32** Calcola la misura del perimetro di un triangolo rettangolo in cui la somma dei due cateti è 91 cm e la loro differenza 13 cm. [156 cm]

**33** In un triangolo rettangolo, i cateti misurano rispettivamente 15 cm e 20 cm. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [12 cm]

**34** Un triangolo rettangolo ha l'area di  $384 \text{ dm}^2$  ed un cateto che è  $i \frac{4}{3}$  dell'altro. Calcola le misure del perimetro e dell'altezza relativa all'ipotenusa. [96 dm; 19,2 dm]

**35** Esegui quanto richiesto.

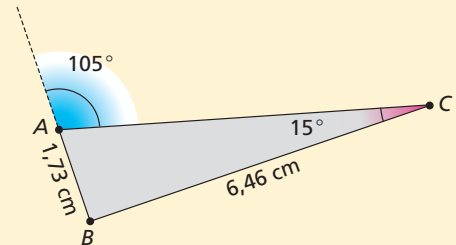
a) Che tipo di triangolo è  $ABC$ ? Perché?

b)  $CA = \dots\dots\dots$

c)  $2p_{ABC} = \dots\dots\dots$

[6,68 cm]

[14,87 cm]



*Problemi in cui si richiede la misura di un cateto*

**36** Completa la tabella.

Triangolo rettangolo	Per trovare «?» uso la formula ...			Esegui i calcoli	La misura del lato «?» è ...
	$i = \sqrt{C^2 + c^2}$	$C = \sqrt{i^2 - c^2}$	$c = \sqrt{i^2 - C^2}$		
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....

## ESERCIZIO GUIDATO

**37** Trova la misura di  $AB$ .

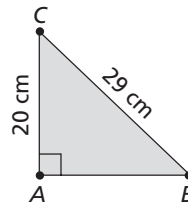
$BC = 29 \text{ cm}$

$CA = 20 \text{ cm}$

–  $ABC$  è un triangolo rettangolo? .....

– Colora l'ipotenusa di azzurro. L'ipotenusa è il lato .....

– Il lato  $AB$  che devi trovare è un cateto oppure l'ipotenusa? .....



$AB = ?$

Applica dunque la formula  $C = \sqrt{i^2 - c^2}$  al triangolo rettangolo  $ABC$ :

$$AB = \sqrt{BC^2 - \dots\dots\dots} = \sqrt{\dots\dots\dots^2 - 20^2} = \sqrt{\dots\dots\dots - \dots\dots\dots} = \sqrt{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \text{ cm}$$

[21 cm]

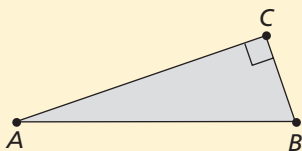
**38** Del triangolo rettangolo  $ABC$  sai che un cateto è lungo 60 cm e l'ipotenusa 65 cm. Quanto è lungo l'altro cateto? [25 cm]

**39** In un triangolo rettangolo, l'ipotenusa è lunga 52 cm ed il cateto minore 20 cm. Calcola la misura della lunghezza del cateto maggiore. [48 cm]

**40** L'ipotenusa di un triangolo rettangolo  $ABC$  misura 68 cm ed il cateto maggiore 60 cm. Qual è la misura del cateto minore? [32 cm]

**41** Disegna un triangolo rettangolo che abbia l'ipotenusa ed il cateto maggiore rispettivamente di 7,5 cm e 60 mm. Trova la misura del cateto minore e col calcolo verifica che corrisponde alla misura sul disegno.

**42** Osserva la figura e calcola quanto richiesto.

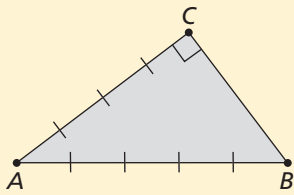
$\widehat{ACB} = 90^\circ$		$BC = ?$	[12 cm]
$AB = 37$ cm		$2p_{ABC} = ?$	[84 cm]
$AC = 35$ cm		$A_{ABC} = ?$	[210 cm <sup>2</sup> ]

**43** L'ipotenusa ed un cateto di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 50 cm e 14 cm. Calcola le misure del perimetro e dell'area. [112 cm; 336 cm<sup>2</sup>]

**44** Calcola la misura dell'area di un triangolo rettangolo che ha un cateto di 12 cm e l'ipotenusa di 25 cm più lunga. Esprimi il risultato in dm<sup>2</sup>. [2,1 dm<sup>2</sup>]

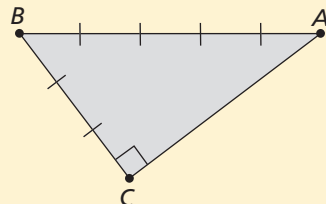
**45** A quale altezza arriva una scala di 8 m addossata ad un muro e posta sul suolo alla distanza di 3 m dal muro? [7,416 m]

**46** Osserva la figura e calcola quanto richiesto.

$\widehat{C} = 90^\circ$		$BC = ?$	[24 cm]
$AC = \frac{4}{5} AB$		$2p_{ABC} = ?$	[96 cm]
$AB = 40$ cm		$A_{ABC} = ?$	[384 cm <sup>2</sup> ]

**47** Un triangolo rettangolo  $ABC$  ha il cateto  $AB$  lungo 36 cm e l'ipotenusa che è di  $\frac{5}{3}$  di  $AB$ . Qual è la misura dell'area di  $ABC$ ? [864 cm<sup>2</sup>]

**48** Osserva la figura e calcola quanto richiesto.

$\widehat{C} = 90^\circ$		$CA = ?$	[36 cm]
$AB = \frac{5}{3} BC$		$2p_{ABC} = ?$	[108 cm]
$AB = 45$ cm		$A_{ABC} = ?$	[486 cm <sup>2</sup> ]

**49** L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 70 cm ed è  $\frac{5}{4}$  del cateto maggiore. Calcola la misura del cateto minore e quella del perimetro. [42 cm; 168 cm]

**50** Nel triangolo  $ABC$ ,  $\widehat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = \frac{4}{5} BC$  e  $(AB + BC) = 630$  cm. Calcola  $CA$ ,  $2p_{ABC}$  e  $A_{ABC}$ . [210 cm; 840 cm; 294 dm<sup>2</sup>]

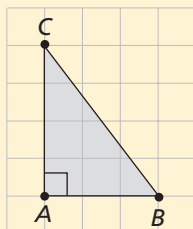
**51** In un triangolo rettangolo, un cateto è gli  $\frac{8}{17}$  dell'ipotenusa e la loro differenza è 72 mm. Calcola le misure del perimetro e dell'area del triangolo. [320 mm; 38,4 cm<sup>2</sup>]

**52** Scrivi il testo di un problema che ha le seguenti informazioni.

**Dati**

$$AB = 3,6 \text{ cm}$$

$$BC = 6 \text{ cm}$$



**Incognite**

$$2p_{ABC}$$

$$A_{ABC}$$

**53** In un triangolo rettangolo l'ipotenusa ed un cateto sono direttamente proporzionali ai numeri 65 e 52. Sai che la loro differenza è 117 mm. Calcola la misura dell'area del triangolo. [82 134 mm<sup>2</sup>]

**54** Calcola il rapporto tra i due cateti di un triangolo rettangolo in cui la somma dell'ipotenusa e del cateto maggiore è 55 dm mentre la loro differenza è 88 cm.  $\left[ \frac{20}{21} \right]$

**55** In un triangolo rettangolo, l'ipotenusa misura 75 cm ed è  $\frac{5}{3}$  del cateto minore.

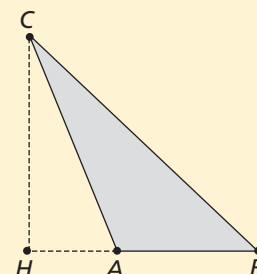
- Calcola la misura del perimetro e quella dell'area. [180 cm; 1 350 cm<sup>2</sup>]
- Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [AH = 36 cm]
- Calcola la misura delle proiezioni dei cateti AB e AC sull'ipotenusa BC. [BH = 27 cm; HC = 48 cm]
- Calcola le misure del perimetro e dell'area delle due parti in cui il triangolo è diviso dall'altezza relativa all'ipotenusa. [108 cm; 486 cm<sup>2</sup>; 144 cm; 864 cm<sup>2</sup>]

**56** L'area del triangolo rettangolo ABC è 2 400 m<sup>2</sup> ed un cateto misura 60 m.

Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa e la misura delle proiezioni di ciascun cateto sull'ipotenusa. [48 m; 36 m; 64 m]

**57** Della seguente figura sai che:  
BC misura 75 cm, HA misura 28 cm, HB supera HA di 44 cm e  $\widehat{CHB} = 90^\circ$ .

- Calcola la misura dell'altezza relativa al lato AB del triangolo ABC. [21 cm]
- Calcola la misura del perimetro del triangolo ABC. [154 cm]



## Applicazioni del Teorema di Pitagora

Teoria a pag. 502-G

### Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

#### Il Teorema di Pitagora nel rettangolo

**58** In ciascun rettangolo ABCD è stata tracciata una diagonale. Trova la misura del segmento indicato con ?.

<p>[60 cm]</p>	<p>[9 cm]</p>	<p>[1,7 cm]</p>	<p>[9,7 cm]</p>
----------------	---------------	-----------------	-----------------

**59** Un rettangolo ha i due lati disuguali di 8 cm e 15 cm. Quanto misura ciascuna diagonale? [17 cm]

**60** Calcola la misura della diagonale di un rettangolo che ha la base di 1,5 cm e l'altezza di 2 cm. [2,5 cm]

**61** Calcola la misura delle diagonali di un rettangolo che ha due lati consecutivi di 15 cm e 21 cm. [25,8 cm]

**62** Un rettangolo ha le dimensioni di 39 cm e 52 cm. Calcola quanto dista il punto d'incontro delle diagonali da ciascun vertice del rettangolo. [32,5 cm]

**63** Un rettangolo ha la diagonale di 39 cm e la base di 36 cm. Quanto misura l'altezza? [15 cm]

**64** Un rettangolo ha la diagonale di 68 cm ed un lato di 6 dm. Calcola la misura dell'altro lato. [32 cm]

**65** Calcola la misura di un lato del rettangolo che ha l'altro lato di 27 cm e la diagonale di 56 cm. Arrotonda la misura ai mm. [49,1 cm]

**66** Il rettangolo *ABCD* ha la base e l'altezza lunghe rispettivamente 15 cm e 36 cm. Calcola la misura della diagonale, la misura del perimetro e la misura dell'area. [39 cm; 102 cm; 540 cm<sup>2</sup>]

**67** Un rettangolo ha l'altezza di 10 cm e la diagonale di 12,5 cm.  
Quanto misura la base? Quanto misura il perimetro? Quanto misura l'area? [7,5 cm; 35 cm; 75 cm<sup>2</sup>]

**68** In un rettangolo, due lati consecutivi sono l'uno i  $\frac{7}{24}$  dell'altro e la loro differenza è 136 cm. Quant'è lunga la diagonale? [200 cm]

**69** Nel rettangolo *ABCD* l'altezza *BC* è gli  $\frac{8}{15}$  della base *AB* e il perimetro è di 230 cm. Calcola la misura della diagonale. [85 cm]

**70** In un rettangolo una dimensione supera l'altra di 35 cm. Calcola la misura della diagonale sapendo che il perimetro misura 170 cm.

Verifica che il risultato della seguente proporzione, espresso in cm, è uguale a quello del problema:

$$18 : 78 = 15 : x \quad [65 \text{ cm}]$$

**71** Calcola la misura della diagonale di un rettangolo in cui la somma di due lati opposti è 120 cm ed il perimetro misura 408 cm. Verifica che il risultato della seguente espressione, espresso in cm, è uguale a quello del problema. [156 cm]

$$39 \cdot \sqrt{2^2 \cdot \left\{ \left[ \left( \frac{5}{3} \right)^2 : \left( \frac{15}{9} \right)^2 - \frac{5}{8} + \left( \frac{7}{4} + \frac{5}{14} \cdot \frac{21}{20} \right)^2 - \left( \frac{3}{2} \right)^2 \right] \right\}}$$

**72** La diagonale di un rettangolo misura 15 cm e la base è i  $\frac{4}{5}$  della diagonale. Calcola le misure del perimetro e dell'area. [42 cm; 108 cm<sup>2</sup>]

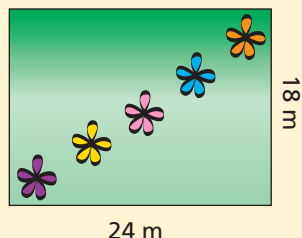
**73** La diagonale di un rettangolo misura 91 cm ed è i  $\frac{13}{5}$  del lato minore. Calcola la misura dell'area. [2 940 cm<sup>2</sup>]

**74** In un rettangolo l'area misura 4 320 dm<sup>2</sup> ed un lato 90 cm. Calcola la misura della diagonale e quella del perimetro. [102 cm; 276 cm]

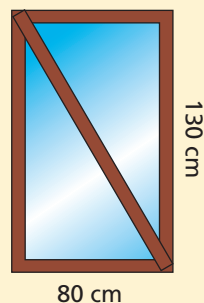
**75** Un rettangolo ha l'area di 432 cm<sup>2</sup> ed una dimensione che è i  $\frac{3}{4}$  dell'altra. Calcola la misura della diagonale. [30 cm]

**76** Risolvi i seguenti problemi.

- a) Ecco la piantina di un giardino rettangolare che il proprietario vuole dividere in due zone triangolari congruenti mediante una siepe. Quanti arbusti dovrà piantare se tra due arbusti successivi vi deve essere la distanza di 30 cm? Puoi avere tre risultati: 99, 100 o 101. Come mai?

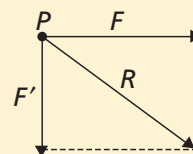


- b) Calcola la misura della lunghezza del listello di legno che serve per rendere rigido il telaio di una finestra. [misura arrotondata = 152,64 cm]



- 77** Due tavole rettangolari di legno hanno le seguenti dimensioni:  $220 \text{ cm} \times 215 \text{ cm}$  e  $225 \text{ cm} \times 225 \text{ cm}$ . Quale delle due passa attraverso una porta larga 80 cm ed alta 210 cm? Giustifica la risposta e scrivi come è necessario posizionare la tavola perché passi.

- 78** Sul corpo  $P$  agiscono la forza  $F = 5,4 \text{ N}$  e la forza  $F' = 7,2 \text{ N}$ . Qual è il valore della forza risultante a cui è sottoposto  $P$ ? [9N]



**Il Teorema di Pitagora nel parallelogrammo**

- 79** Osserva la figura e completa.

- a) Riconosci un triangolo rettangolo nel parallelogrammo  $ABCD$ ? .....

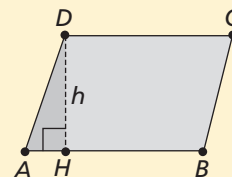
Scrivi qual è: .....

Scrivi qual è l'ipotenusa: .....

Scrivi quali sono i cateti: ..... e .....

- b) Applica il teorema di Pitagora ad  $AHD$  e:

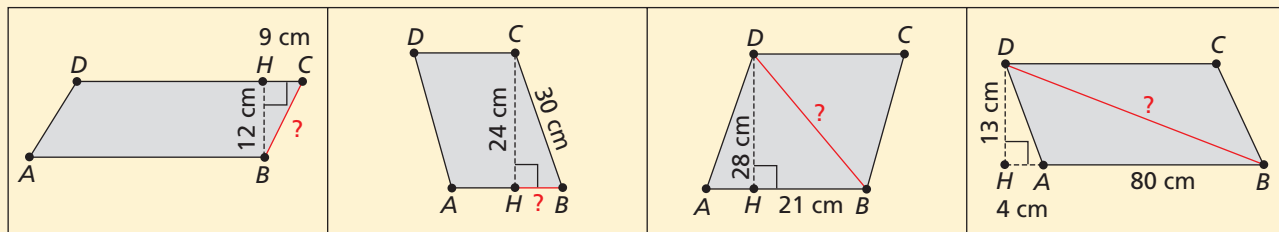
- trova  $AD$  quando  $AH = 6 \text{ cm}$  e  $DH = 8 \text{ cm}$ ;
- trova  $DH$  quando  $DA = 25 \text{ cm}$  e  $AH = 15 \text{ cm}$ ;
- trova  $AH$  quando  $DA = 26 \text{ cm}$  e  $DH = 24 \text{ cm}$ .



[10 cm]  
[20 cm]  
[10 cm]

- 80** Trova la misura del segmento indicato con ?.

[15 cm, 18 cm, 35 cm, 85 cm]



- 81** Del parallelogrammo  $ABCD$  sai che l'altezza  $DH$  misura 4,8 cm e divide la base in due parti  $AH$  e  $BH$  che misurano rispettivamente 2 cm e 6 cm. Calcola la misura del perimetro del parallelogrammo. [26,4 cm]

- 82** L'altezza di un parallelogrammo divide la base in due parti, di cui una, che è la proiezione del lato obliquo sulla base, misura 3,5 cm e l'altra 26 cm. Determina la misura dell'area del parallelogrammo sapendo che il lato obliquo è 12,5 cm. [354 cm<sup>2</sup>]

- 83** Un parallelogrammo avente i lati consecutivi di 8,5 cm e 14,2 cm, ha l'area di 106,5 cm<sup>2</sup>. Calcola la misura di ciascuna delle due parti in cui il lato maggiore viene diviso dall'altezza relativa ad esso. [4 cm; 10,2 cm]



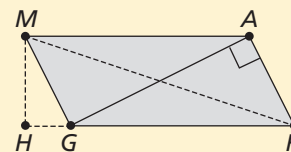
**84** Un parallelogramma di perimetro 32 m e area  $50,4 \text{ m}^2$  ha un lato che è  $\frac{9}{7}$  dell'altro. Calcola la misura della proiezione del lato maggiore sul lato minore. [5,4 m]

**85** Calcola la misura della diagonale minore del parallelogramma  $ABCD$  sapendo che  $A_{ABCD} = 168 \text{ cm}^2$ ,  $AB = 21 \text{ cm}$  e  $DA = 10 \text{ cm}$ . [17 cm]

**86** Nel parallelogramma  $GRAM$ , la diagonale  $GA$  misura 40 cm ed è perpendicolare al lato obliquo  $RA$  di 30 cm. Calcola:

- la misura del perimetro del parallelogramma;
- la misura dell'altezza del parallelogramma;
- la misura della diagonale  $MR$ .

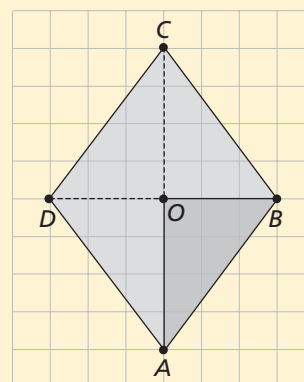
[160 cm; 24 cm; 72,11 cm]



### Il Teorema di Pitagora nel rombo e negli altri quadrilateri con le diagonali perpendicolari

**87** Osserva la figura e completa.

- Le diagonali del rombo, incontrandosi, formano quattro angoli ..... e dividono il rombo in quattro triangoli .....  
 – Questi triangoli, come sono tra di loro? .....
- Prendi il triangolo  $AOB$  e segna l'angolo retto.  
 – L'ipotenusa è ..... mentre i cateti sono ..... e .....
- Applica il teorema di Pitagora al triangolo  $AOB$ :  
 $AB^2 = \dots + \dots$



**88** Determina quanto richiesto.

a) Calcola la misura del lato  $AB$ .

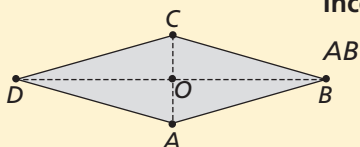
Dati

$AO = 21 \text{ cm}$

$OB = 72 \text{ cm}$

Incognita

$AB$



[75 cm]

b) Calcola la misura di mezza diagonale.

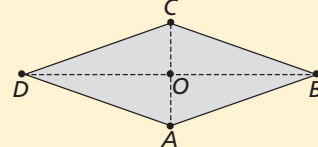
Dati

$AB = 37 \text{ cm}$

$BO = 35 \text{ cm}$

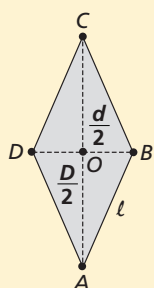
Incognita

$OA$



[12 cm]

**89** Completa le tabelle che si riferiscono ad un insieme di rombi dove  $D$  = diagonale maggiore,  $d$  = diagonale minore,  $\ell$  = lato.



a)

$D$ (cm)	$d$ (cm)	$\frac{D}{2}$ (cm)	$\frac{d}{2}$ (cm)	$\ell$ (cm)
24	10	.....	.....	.....
42	40	.....	.....	.....

b)

$\ell$ (cm)	$\frac{D}{2}$ (cm)	$\frac{d}{2}$ (cm)	$D$ (cm)	$d$ (cm)
29	21	.....	.....	.....
61	.....	11	.....	.....

c)

$D$ (cm)	$d$ (cm)	$\frac{D}{2}$ (cm)	$\frac{d}{2}$ (cm)	$\ell$ (cm)
192	.....	.....	.....	104
.....	80	.....	.....	85

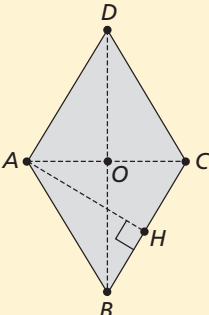
**90** Le diagonali del rombo  $ABCD$  si incontrano nel punto  $O$ . Dati  $AC = 112 \text{ cm}$ ,  $BD = 210 \text{ cm}$ , trova  $AO$ ,  $OB$ ,  $AB$ , e  $2p_{ABCD}$ . [56 cm; 105 cm; 119 cm; 476 cm]

**91** In un rombo la diagonale maggiore è 24 cm e quella minore 7 cm. Calcola le misure dell'area, del lato e del perimetro. [84 cm<sup>2</sup>; 12,5 cm; 50 cm]

**92** Le diagonali di un rombo misurano rispettivamente 14 cm e 48 cm. Calcola la misura dell'altezza del rombo. [13,44 cm]

- 93** Un rombo ha il lato di 10 cm ed una delle diagonali di 16 cm. Calcola la misura dell'altra diagonale.  
[12 cm]
- 94** Del rombo  $ABCD$  sai che le diagonali si incontrano nel punto  $O$ ;  $OB = 70$  cm ed il perimetro misura 296 cm. Calcola la misura della diagonale  $CA$  e la misura dell'area.  
[48 cm; 3 360 cm<sup>2</sup>]
- 95** In un rombo  $ABCD$  l'area misura 6 144 cm<sup>2</sup> ed una diagonale 96 cm. Calcola la misura del perimetro.  
[320 cm]
- 96** Calcola la misura dell'area di un rombo che ha il perimetro di 340 cm e la diagonale maggiore di 150 cm.  
[6 000 cm<sup>2</sup>]
- 97** Nel rombo  $ABCD$  la diagonale  $BD$  misura 84 cm ed è  $\frac{3}{4}$  dell'altra diagonale. Calcola la misura del perimetro e quella dell'area.  
[4 704 cm<sup>2</sup>; 280 cm]
- 98** La diagonale minore di un rombo è  $\frac{10}{13}$  del lato. Calcola la misura dell'area del rombo, sapendo che il perimetro del rombo è 416 cm.  
[7 680 cm<sup>2</sup>]
- 99** In un rombo la somma delle diagonali è 204 cm ed una è  $\frac{5}{12}$  dell'altra. Calcola la misura dell'area e quella del perimetro.  
[4 320 cm<sup>2</sup>; 312 cm]
- 100** In un rombo la somma delle diagonali è 147 cm e la loro differenza è 21 cm. Calcola la misura dell'area e quella del perimetro.  
[2 646 cm<sup>2</sup>; 210 cm]
- 101** Calcola la misura dell'altezza di un rombo in cui una diagonale supera l'altra di 28 cm ed il loro rapporto è  $\frac{8}{15}$ .  
[28,24 cm]
- 102** Un rombo ha il perimetro di 68 cm. Calcola la misura della sua area sapendo che la misura del lato e quella di una diagonale sono inversamente proporzionali ai numeri  $\frac{1}{17}$  e  $\frac{1}{16}$ .  
[240 cm<sup>2</sup>]
- 103** Un rombo è equivalente ai  $\frac{9}{8}$  di un trapezio avente l'altezza di 20 cm e la somma delle basi di 432 mm. Calcola la misura del perimetro del rombo sapendo che le sue diagonali sono l'una  $\frac{3}{4}$  dell'altra.  
[90 cm]

- 104** Osserva il rombo  $ABCD$  e completa.

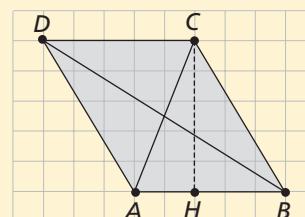
<p style="text-align: center;"><b>ROMBO</b></p> 	<p>Elenca i triangoli di <math>ABCD</math> a cui puoi applicare il teorema di Pitagora.</p> <p>.....</p>	
<p>Completa le seguenti uguaglianze:</p>		
<p>.....<sup>2</sup> = <math>AC^2 - CH^2</math></p>	<p><math>BH = \sqrt{\text{.....} - \text{.....}}</math></p>	
<p>..... = <math>AO^2 + OD^2</math></p>	<p>..... = <math>BH^2 + AH^2</math></p>	
<p><math>DO = \sqrt{\text{.....}}</math></p>	<p><math>AO = \sqrt{\text{.....}}</math></p>	
<p><math>DB = 2 \cdot \text{.....}</math></p>	<p><math>AC = \text{.....} \cdot AO</math></p>	

- 105** Nel rombo  $ABCD$ , l'altezza  $DH$  divide il lato in due parti:  $AH$  e  $HB$ . Sai che  $AH$  misura 7 cm ed il lato  $AB$  25 cm. Calcola la misura dell'altezza  $DH$ .  
[24 cm]
- 106** Supponi che nel rombo dell'esercizio precedente il lato misuri 65 cm ed il segmento  $HB$  49 cm. Calcola la misura di  $AH$  e la misura dell'altezza  $DH$ .  
[16 cm; 63 cm]

**107** In un rombo, il lato  $AB$  lungo 52 cm viene diviso dall'altezza  $DH$  in due parti  $AH$  e  $HB$ , proporzionali a 5 e 8. Calcola la misura dell'area del rombo. [2 496 cm<sup>2</sup>]

**108** Calcola il rapporto tra le due parti in cui il lato di un rombo viene diviso dall'altezza relativa ad esso, sapendo che il rombo ha l'area di 12 495 cm<sup>2</sup> e l'altezza di 105 cm.  $\left[ \frac{8}{9} \right]$

**109** Nel rombo  $ABCD$ , la diagonale minore misura 2,236 cm ed il perimetro 10 cm. L'altezza relativa al lato  $AB$  lo divide in due parti di cui la minore misura 10 mm. Calcola la misura della diagonale maggiore. [4,472 cm]



**110** Calcola le misure del perimetro e dell'area di  $ABCD$ .

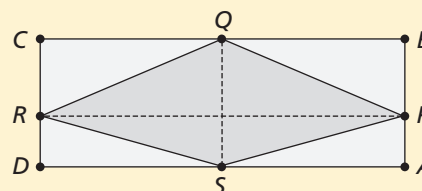
$PQRS$  è un deltoide.

$SR = 25$  cm

$DS = 24$  cm

$PQ = 26$  cm

[130 cm; 816 cm<sup>2</sup>]

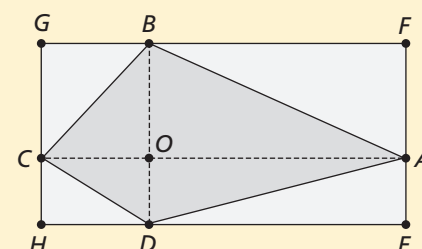


**111** Della figura a lato sai che:

$$A_{ABCD} = 924 \text{ cm}^2 \quad \frac{EF}{FG} = \frac{21}{22} \quad AF = 27 \text{ cm} \quad A_{COB} = 108 \text{ cm}^2$$

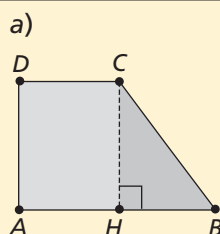
Calcola la misura del perimetro di  $ABCD$ .

[ $\approx 129,2$  cm]



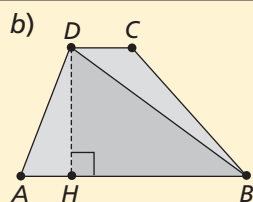
### Il Teorema di Pitagora nei trapezi

**112** Osserva le figure e completa.



$CH$  è l'altezza del trapezio.

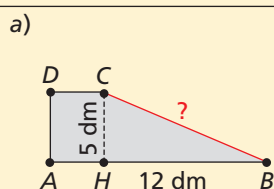
- a) Descrivi il triangolo  $CHB$ : .....
- Che cos'è  $CH$  per  $CHB$ ? .....
  - Che cos'è  $HB$  per  $CHB$ ? .....
  - Che cos'è  $BC$  per  $CHB$ ? .....
- b) Applica il teorema di Pitagora al triangolo  $CHB$ : .....



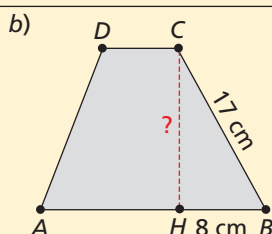
$DH$  è l'altezza del trapezio e  $BD$  una diagonale.

- a) Descrivi il triangolo  $DHB$ : .....
- Che cos'è  $BD$  per  $DHB$ ? .....
  - Che cosa sono  $DH$  e  $HB$  per  $DHB$ ? .....
- b) Applica il teorema di Pitagora al triangolo  $DHB$ : .....

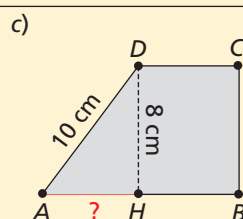
**113** Trova la misura del segmento indicato con ?.



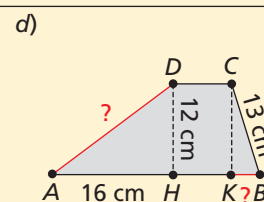
[13 dm]



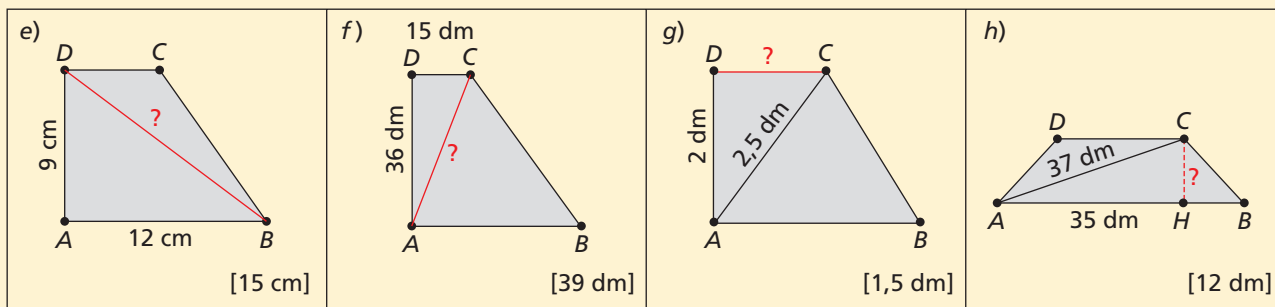
[15 cm]



[6 cm]



[20 cm ; 5 cm]



### Il Teorema di Pitagora nel trapezio rettangolo

- 114** Calcola la misura della diagonale maggiore di un trapezio rettangolo che ha l'altezza di 24 cm e la base maggiore di 32 cm. [40 cm]

Verifica che il risultato della seguente espressione, in cm, è uguale alla misura della diagonale:

$$\sqrt{16} : \sqrt{\frac{1}{121} - \left(5 - \frac{5}{3} + \frac{2^2}{6}\right)}.$$

- 115** Un trapezio rettangolo ha le basi e l'altezza rispettivamente di 160 cm, 80 cm e 18 cm.

Calcola la misura delle due diagonali e la misura del lato obliquo. [82 cm; 161,009 cm; 82 cm]

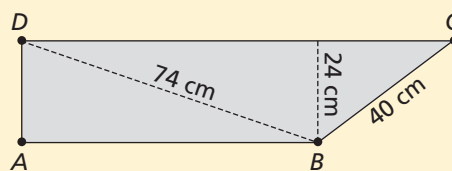
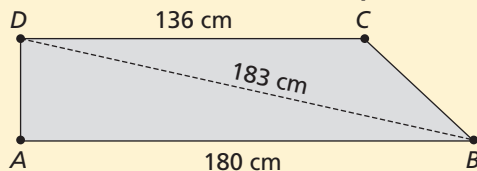
- 116** Calcola la misura del perimetro di un trapezio rettangolo avente l'altezza di 21 cm e le basi di 48 cm e 12 dm. [264 cm]

- 117** Calcola la misura dell'area di un trapezio rettangolo che ha la base maggiore di 63 cm, il lato obliquo di 35 cm e l'altezza di 28 cm. [1 470 cm<sup>2</sup>]

Verifica che il risultato della seguente proporzione, espresso in cm<sup>2</sup>, è uguale a quello del problema:

$$x : 49 = 18 : \frac{3}{5}.$$

- 118** Calcola le misure dell'area e del perimetro di ciascun trapezio.



[5 214 cm<sup>2</sup>; 404 cm; 2 064 cm<sup>2</sup>; 236 cm]

- 119** Calcola la misura dell'area di un trapezio rettangolo che ha l'altezza di 24 cm e le due diagonali di 51 e 30 cm. [756 cm<sup>2</sup>]

- 120** Calcola la misura del perimetro di un trapezio rettangolo che ha l'area di 270 cm<sup>2</sup>, l'altezza di 20 cm e la diagonale maggiore di 29 cm. [72 cm]

Risolvi la seguente proporzione. Il suo risultato, in cm, è uguale a quello del problema:

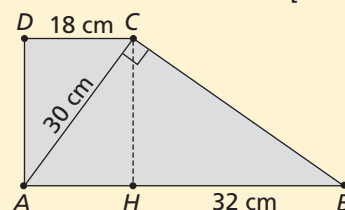
$$36 : x = x : 144.$$

- 121** In un trapezio rettangolo una base è  $\frac{6}{5}$  dell'altra mentre l'altezza e l'area misurano rispettivamente 24 cm e 924 cm<sup>2</sup>. Calcola le misure del perimetro e di ciascuna diagonale. [126 cm; 42,438 cm; 48,37 cm]

- 122** Di un trapezio rettangolo sai che l'area misura 234 m<sup>2</sup>, la differenza delle basi è 9 m e l'altezza è 12 m. Calcola la misura del perimetro. [66 m]

- 123** In un trapezio rettangolo la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo. Calcola le misure del perimetro e dell'area sapendo che la base minore, la diagonale minore e la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore misurano rispettivamente 18 cm, 30 cm e 32 cm.

[132 cm; 816 cm<sup>2</sup>]



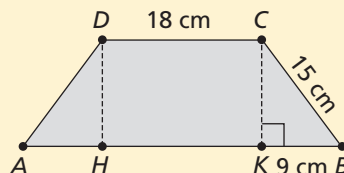
### Il Teorema di Pitagora nel trapezio isoscele

**124** Del trapezio isoscele  $ABCD$  sai che:

$$KB = 9 \text{ cm} \quad BC = 15 \text{ cm} \quad CD = 18 \text{ cm}$$

Calcola:

- la misura del perimetro del trapezio;
- la misura dell'altezza del trapezio;
- la misura dell'area del trapezio.



[84 cm; 12 cm; 324 cm<sup>2</sup>]

**125** In un trapezio isoscele la differenza tra le due basi misura 20 cm. Calcola la misura di ciascun lato obliquo sapendo che l'altezza del trapezio è 24 cm.

[26 cm]

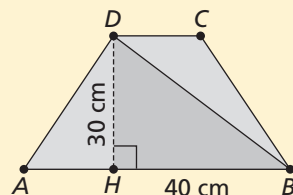
**126** Un trapezio isoscele ha le basi di 39 cm e 25 cm. Sai inoltre che le sua area misura 768 cm<sup>2</sup>.

Calcola le misure del lato obliquo e del perimetro del trapezio.

[25 cm; 114 cm]

**127** Calcola la misura della diagonale del trapezio isoscele  $ABCD$  che ha:  $HB = 40$  cm e l'altezza di 30 cm.

[50 cm]



**128** In un trapezio isoscele la somma delle basi misura 112 cm, mentre la loro differenza 40 cm. Se l'area è 1 176 cm<sup>2</sup>, qual è la misura del perimetro?

[170 cm]

**129** Calcola la misura del perimetro di un trapezio isoscele che ha la diagonale di 26 cm e le basi di 17 cm e 3 cm.

[70 cm]

**130** In un trapezio isoscele la base minore è  $\frac{9}{19}$  della maggiore e la loro somma misura 224 cm. Se il perimetro è 340 cm, qual è la misura dell'area del trapezio?

[4 704 cm<sup>2</sup>]

**131** Calcola la misura di ciascun lato obliquo di un trapezio isoscele che ha l'area di 297 cm<sup>2</sup>, l'altezza di 9 cm e la base minore di 21 cm.

[15 cm]

**132** Un trapezio isoscele ha l'area di 300 cm<sup>2</sup> e le basi di 26 cm e 14 cm. Calcola la misura delle diagonali.

[25 cm]

**133** Su di un trapezio isoscele hai le seguenti informazioni: l'area misura 60 cm<sup>2</sup>, la base maggiore supera la minore di 7 cm e la loro somma è 10 cm.

a) Calcola la misura della diagonale del trapezio.

[13 cm]

b) Verifica che il risultato della seguente proporzione, espresso in cm, è uguale al risultato del problema:

$$\sqrt{2,7} : \frac{4}{39} = x : \frac{4}{5}.$$

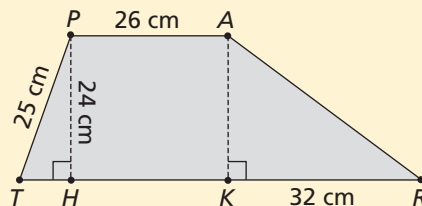
**134** In un trapezio isoscele la diagonale è perpendicolare al lato obliquo e misura 60 cm. Calcola la misura dell'area del trapezio sapendo che il lato obliquo ed il perimetro misurano rispettivamente 45 cm e 186 cm.

[1 728 cm<sup>2</sup>]

### Il Teorema di Pitagora nel trapezio scaleno

**135** Osserva il trapezio  $TRAP$  e calcola la misura del suo perimetro e della sua area.

[156 cm; 1 092 cm<sup>2</sup>]



**136** In un trapezio scaleno un lato obliquo e la sua proiezione sulla base maggiore misurano rispettivamente 17 cm e 15 cm.

- a) Calcola le misure dell'area e del perimetro del trapezio sapendo che la base minore è il doppio dell'altro lato obliquo e la loro somma è 30 cm. [244 cm<sup>2</sup>; 88 cm]  
 b) Verifica che la misura del perimetro, in cm, è uguale al risultato della seguente espressione:

$$(2^3)^2 + (2^3 + 3^4 - 6^2 - 7^2) : \{[(15^4 : 15^2 \cdot 2^2 - 5^2 \cdot 5^2) : 25] - 3^2\}^2 + 5 \cdot 2^2 + 3^1 =$$

**137** In un trapezio scaleno, un lato obliquo è  $\frac{10}{17}$  dell'altro e la loro differenza misura 49 cm.

- a) Calcola la misura della base minore sapendo che l'area è 6 020 cm<sup>2</sup> e l'altezza è uguale al lato di un quadrato che ha area di 3 136 cm<sup>2</sup>. [34 cm]  
 b) Verifica che il risultato della seguente espressione, espresso in cm, è uguale al risultato del problema:

$$\frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{6\,020 \cdot 2}{\sqrt{3\,136}} - \left( \sqrt{\left( \frac{10}{7} \cdot 49 \right)^2 - (2^3)^2 \cdot 7^2} + \sqrt{119^2 - (\sqrt{3\,136})^2} \right) \right] =$$

### Il Teorema di Pitagora nei triangoli

**138** Trova le incognite richieste.

a)

Dati	Incognita
HB = 12 cm	BC
CH = 35 cm	

[37cm]

b)

Dati	Incognita
CA = 104 cm	CH
AH = 40 cm	

[96 cm]

c)

Dati	Incognita
BC = CA	HB
AB = 26 cm	BC
CH = 84 cm	CA

[13 cm; 85 cm; 85 cm]

**139** Di ogni triangolo ABC, trova le incognite applicando il teorema di Pitagora.

a) Dati

AC = 3 cm	Incognite
CH = 2,7 cm	
AB = 6 cm	

[1,3 cm; 8,5 cm]

b) Dati

BC = 50 cm	Incognite
CA = 24 cm	
BH = 30 cm	

[40 cm; 16 cm; 34 cm]

c) Dati

BC = CA	Incognite
BK = 9 cm	
AK = 12 cm	
CH = 10 cm	

[15 cm; 12,5 cm; 12,5 cm]

d) Dati

BC = 37 cm	Incognite
HB = 35 cm	
AB = 19 cm	

[20 cm]

- 140** Nel triangolo scaleno  $ABC$  l'altezza relativa al lato  $AB$  divide  $AB$  in due parti:  $AH$  e  $HB$ . Sai che l'altezza misura 40 cm,  $AH$  misura 30 cm e  $BC$  misura 58 cm.

Calcola le misure del lato  $AC$ , del segmento  $HB$ , del perimetro e dell'area del triangolo  $ABC$ .  
[50 cm; 42 cm; 180 cm; 1 440 cm<sup>2</sup>]

- 141** In un triangolo  $ABC$  il lato  $AB$  misura 25 cm e la proiezione del lato  $CA$  su  $AB$  è 18 cm. Calcola la misura del perimetro, sapendo che l'area è 300 cm<sup>2</sup>.

[80 cm]

- 142** Un triangolo isoscele ha il lato obliquo di 34 cm e la base di 60 cm. Quanto è lunga l'altezza relativa alla base?

[16 cm]

- 143** In un triangolo isoscele il lato obliquo misura 10 cm e l'altezza relativa alla base 8 cm.

Calcola le misure della base, del perimetro e dell'area.  
[12 cm; 32 cm; 48 cm<sup>2</sup>]

- 144** In un triangolo isoscele la base è 24 cm ed il perimetro 64 cm. Calcola le misure dell'altezza relativa alla base, dell'area, dell'altezza relativa al lato obliquo.

[16 cm; 192 cm<sup>2</sup>; 19,2 cm]

- 145** L'area di un triangolo isoscele misura 3 840 cm<sup>2</sup> e l'altezza relativa alla base è 96 cm. Calcola la misura del perimetro.

[288 cm]

- 146** In un triangolo isoscele, il rapporto tra il lato obliquo e metà base è  $\frac{17}{8}$  e il perimetro misura 2 m. Calcola la misura dei lati del triangolo e la misura della sua area.

[64 cm; 68 cm; 68 cm; 1 920 cm<sup>2</sup>]

- 147** In un triangolo isoscele la base è  $\frac{3}{2}$  dell'altezza relativa e la loro differenza misura 8 cm.

a) Calcola la misura del perimetro del triangolo e l'area di un quadrato isoperimetrico al triangolo.

[64 cm; 256 cm<sup>2</sup>]

b) Verifica che il risultato della seguente espressione, espresso in cm<sup>2</sup>, è uguale alla misura dell'area:

$$8 \cdot \sqrt{(0,3 \cdot 1,5 - 0,16)^2 : \left[ \left( \frac{1}{4} \right)^2 \cdot (0,25)^2 \cdot \left( \frac{1}{6} \right)^2 \right]}.$$

- 148** Nel triangolo acutangolo isoscele  $ABC$ , la base  $AB$  misura 15 cm, il perimetro 40 cm.

a) Calcola la misura dell'area e dell'altezza relativa a ciascun lato obliquo.

[75 cm<sup>2</sup>; 12 cm]

b) Calcola la misura di ciascuna delle due parti in cui il lato obliquo viene diviso dall'altezza relativa ad esso.

[9 cm; 3,5 cm]

- 149** Nel triangolo rettangolo  $ABC$ , retto in  $\widehat{C}$ ,  $CA = 60$  cm e  $CH$  è l'altezza che cade sulla base  $AB$ . Sai che  $AH = 36$  cm e  $AB = 100$  cm. Calcola le misure di  $CH$  e di  $CB$ .

[48 cm; 80 cm]

- 150** Un triangolo rettangolo ha l'area di 150 cm<sup>2</sup> e l'ipotenusa di 25 cm. Calcola le misure delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa sapendo che l'altezza relativa all'ipotenusa è  $\frac{4}{5}$  del cateto minore.

[9 cm; 16 cm]

Verifica che i risultati delle seguenti proporzioni, espressi in cm, sono anche i risultati del problema:

$$(3 + x) : x = 8 : 6 \quad (56 - x) : x = 5 : 2.$$

- 151** Calcola la misura del perimetro di un triangolo rettangolo che ha l'area di 54 cm<sup>2</sup>; l'altezza relativa all'ipotenusa di 7,2 cm e la proiezione del cateto minore sull'ipotenusa di 5,4 cm.

[36 cm]

Verifica che il risultato della seguente espressione, espressa in cm, è anche il risultato del problema:

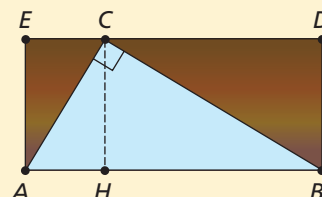
$$\left( \frac{4}{5} \right)^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^3 + \frac{2}{5} \cdot \left( \frac{7}{2} - 1 \right)^3 + 3 \right] : \frac{1}{6} = .$$

**152** In un triangolo rettangolo l'area è  $37,5 \text{ cm}^2$  e l'ipotenusa misura  $12,5 \text{ cm}$ .  
Quanto è lungo il perimetro se la differenza tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa è  $3,5 \text{ cm}$ ? [30 cm]

**153** Una lastra di vetro che ha la forma del triangolo rettangolo  $ABC$  deve essere inserita nel rettangolo di legno  $ABDE$ .

Se il cateto maggiore  $BC$  è  $\frac{4}{5}$  dell'ipotenusa e la loro somma è  $45 \text{ dm}$ , quale dovrà essere la distanza del vertice  $C$  dai punti  $E$  e  $D$ ?

[9 dm; 16 dm]



**154** L'ipotenusa  $BC$  di un triangolo rettangolo misura  $90 \text{ cm}$  ed è  $\frac{5}{4}$  del cateto maggiore  $AB$ . Su  $AC$ , prendi un punto  $D$  in modo che  $AD : DC = 7 : 11$ .

a) Calcola il rapporto tra le aree dei triangoli  $ABD$  e  $ABC$ .

b) Calcola la misura dell'area del triangolo  $BCD$ .

[ $\frac{7}{18}$ ]  
[1 188 cm<sup>2</sup>]

**155** Il triangolo ottusangolo  $ABC$  è isoscele ed ha l'angolo esterno, adiacente all'angolo ottuso  $\widehat{CAB}$ , di  $36^\circ 52' 12''$ . Sai che l'altezza relativa al lato  $AB$  misura  $33 \text{ cm}$  e che il vertice  $A$  dista da tale altezza  $44 \text{ cm}$ .

a) Calcola la misura degli angoli interni del triangolo  $CAB$ .

b) Calcola la misura dell'altezza relativa al lato  $BC$ .

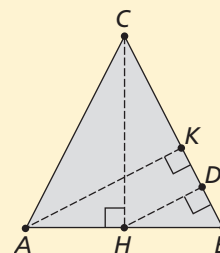
[ $\widehat{CAB} = 143^\circ 7' 48''$ ;  $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = 18^\circ 26' 6''$ ; 17,39 cm]

**156** Nel triangolo acutangolo isoscele  $ABC$ , la base  $AB$  è lunga  $60 \text{ cm}$ , il perimetro misura  $160 \text{ cm}$ ,  $HD$  è perpendicolare al lato obliquo  $BC$  e lo divide in due parti proporzionali a 9 e 16.

a) Calcola il rapporto tra l'altezza relativa al lato obliquo ed il segmento  $HD$ .

b) Calcola la misura di  $KD$ .

[2]  
[18 cm]



## Dal quadrato al triangolo rettangolo con gli angoli di $90^\circ$ , $45^\circ$ , $45^\circ$

Teoria a pag. 507-G

### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

#### Il quadrato

**157** Disegna un quadrato sul tuo quaderno.

a) Scrivi la formula per trovare il lato, nota la diagonale.

b) Scrivi la formula per trovare la diagonale noto il lato.

**158** Scrivi sul tuo quaderno:

a) come si giunge alla formula  $d = \ell \cdot \sqrt{2}$ ;

b) come si giunge alla formula  $\ell = \frac{d}{\sqrt{2}}$ ;

c) come dalla formula  $\ell = \frac{d}{\sqrt{2}}$  si giunge alla formula  $\ell = \frac{d \cdot \sqrt{2}}{2}$ ;

d) tra  $\ell = \frac{d}{\sqrt{2}}$  e  $\ell = \frac{d \cdot \sqrt{2}}{2}$ , quale delle due formule è meglio usare? Scrivi perché.



Il triangolo rettangolo con gli angoli di  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $45^\circ$

**159** Perché in ogni triangolo rettangolo isoscele la misura dell'ipotenusa è uguale alla misura del cateto per la  $\sqrt{2}$ ?

**160** Completa le seguenti frasi.

- a) Un triangolo rettangolo isoscele ha un angolo di  $90^\circ$  e gli altri due di .....°.  
 b) Se un cateto vale  $x$  l'altro cateto varrà ..... mentre l'ipotenusa sarà .....  
 c) Se l'ipotenusa vale  $y$ , ogni cateto sarà .....

## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

### Problemi sul quadrato

(ATTENZIONE! Ti capiterà di trovare risultati che non sono proprio uguali a quelli riportati. Ciò dipende dal fatto che esegui operazioni con numeri irrazionali come  $\sqrt{2}$  o  $\sqrt{3}$  ed il tuo risultato varia a seconda delle cifre considerate dopo la virgola.)

**161** Completa la tabella.

Lato del quadrato (cm)	Diagonale espressa in radicale (cm)	Diagonale espressa in numero decimale (poni $\sqrt{2} = 1,41$ ) (cm)
16	$16\sqrt{2}$	$16 \cdot 1,41 = 22,56$ cm
7	.....	.....
200	.....	.....
30	.....	.....

**162** Un quadrato ha il lato di 8 cm. Calcola la misura della sua diagonale. [ $8\sqrt{2}$  cm = 11,2 cm]

**163** Un quadrato ha il perimetro di 80 cm. Calcola la misura delle diagonali. [28,28 cm]

**164** Il quadrato ABCD ha  $AB = 4$  cm. Trova quant'è  $\widehat{CAB}$ ,  $AC$ ,  $2p_{(ABC)}$  e  $2p_{(ACD)}$ . ( $\sqrt{2} = 1,41$ ).  
[ $45^\circ$ ;  $4\sqrt{2}$  cm; 13,64... cm; 13,64 cm]

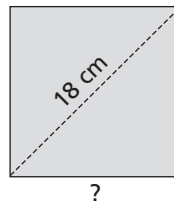
**165** Un quadrato ABCD ha il lato AB di 10 cm.

Calcola la misura della diagonale BD e la misura del perimetro del triangolo ABD? ( $\sqrt{2} = 1,4$ ).  
[ $10\sqrt{2}$  cm;  $\approx 34$  cm]

## ESEMPIO SVOLTO

**166** Esegui in due modi.

$d$  = diagonale = 18 cm



$\ell$  = lato = ?

1° modo

$$\ell = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{18 \cdot \sqrt{2}}{2} = 9 \cdot \sqrt{2} = 9 \cdot 1,414... = 12,726... \text{ cm}$$

2° modo

$$\ell = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18}{1,414...} = 12,729 \text{ cm}$$

**167** In un quadrato la diagonale è  $37\sqrt{2}$  cm. Quanto misura il lato del quadrato? [37 cm]

**168** In un quadrato la diagonale misura 8,46 cm ( $\sqrt{2} = 1,41$ ). Calcola la misura del lato del quadrato e la misura del perimetro del quadrato. [6 cm; 24 cm]

**169** La diagonale di un quadrato misura  $14\sqrt{2}$  cm. Calcola quanto misura il perimetro e quanto l'area? [56 cm; 196 cm<sup>2</sup>]

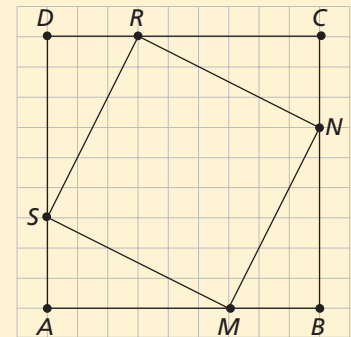
**170** Un quadrato ha una diagonale di  $18\sqrt{2}$  m. Trova le misure del lato, del perimetro, dell'area e dell'altra diagonale. [18 m; 72 m; 324 m<sup>2</sup>;  $18\sqrt{2}$  m]

**171** Del quadrilatero  $ABCD$  sai che:

$AB = BC = CD = DA = 14$  cm e che

$AM = BN = CR = DS = 8$  cm

- Calcola la misura del perimetro del quadrilatero  $MNRS$ . [40 cm]
- Verifica che gli angoli del quadrilatero  $MNRS$  siano retti.
- Che tipo di quadrilatero è  $MNRS$ ?
- Unisci  $S$  con  $N$  e calcola la misura del perimetro del trapezio  $ABNS$ . [42,1 cm]



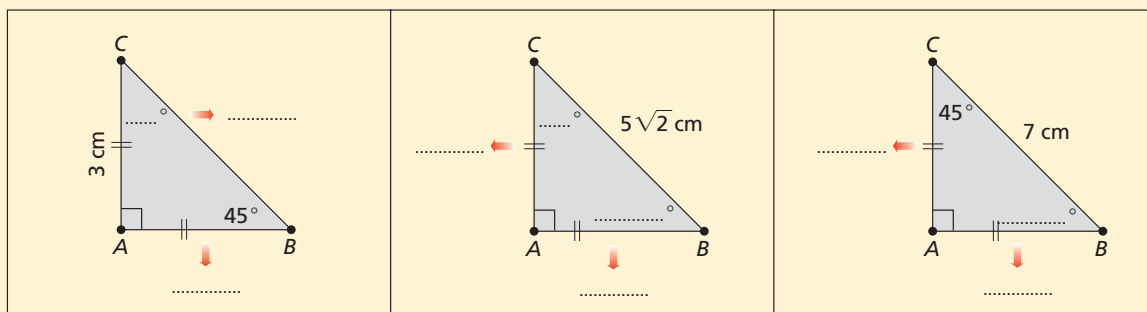
**Problemi sul triangolo rettangolo isoscele ( $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ )**

**172** Completa le tabelle.

a)	$\ell = \text{cateto (cm)}$	$d = \text{ipotenusa (cm)}$
	6	$6 \cdot \sqrt{2}$
	12	.....
	15	.....
	38	.....

b)	$d = \text{ipotenusa (cm)}$	$\ell = \text{cateto (cm)}$
	$23 \cdot \sqrt{2}$	$\frac{23 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 23$
	$9 \cdot \sqrt{2}$	.....
	14	$\frac{14}{\sqrt{2}} = \frac{14}{1,4...} = \dots\dots$
	5	.....

**173** In ogni triangolo rettangolo isoscele, scrivi i valori che mancano sui puntini.



**174** In un triangolo rettangolo isoscele  $ABC$ , il cateto  $AB$  misura 6 cm. Qual è la misura dell'ipotenusa  $BC$ ? [ $6\sqrt{2}$  cm]

**175** Nel triangolo rettangolo isoscele  $ABC$ , l'ipotenusa  $BC$  misura  $15\sqrt{2}$  cm. Qual è la misura di  $AB$ ? Qual è la misura di  $CA$ ? [15 cm; 15 cm]

**176** Un triangolo rettangolo isoscele  $ABC$  ha l'ipotenusa di 15,4 cm.

- a) Calcola la misura di ciascun cateto (poni  $\sqrt{2} = 1,4$ ).  
b) Calcola le misure dell'area e del perimetro.

[11 cm]  
[60,5 cm<sup>2</sup>; 37,4 cm]

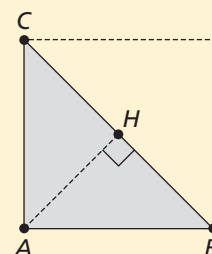
**177** In un triangolo rettangolo isoscele un cateto misura 8 cm. Calcola la misura del perimetro ( $\sqrt{2} = 1,4$ ).  
[27,2 cm]

**178** Calcola le misure del perimetro e dell'area di un triangolo rettangolo che ha un angolo acuto di 45° ed un cateto di 5 cm.  
[≈ 17 cm; 12,5 cm<sup>2</sup>]

**179** In un triangolo rettangolo isoscele l'ipotenusa misura  $6\sqrt{2}$  cm. Calcola quant'è il perimetro e quant'è l'area.  
[≈ 20,4 cm; 18 cm<sup>2</sup>]

**180** Carlotta afferma che in ogni triangolo rettangolo isoscele, l'altezza relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa stessa. Come mai? Dopo aver spiegato per iscritto perché, risolvi il seguente problema:

un triangolo rettangolo ha gli angoli acuti congruenti e l'ipotenusa di  $24\sqrt{2}$  cm. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa.  
[12  $\sqrt{2}$  cm]



**181** Un triangolo isoscele ha il lato obliquo di 16 cm ed un angolo alla base di 45°.

- a) Calcola la misura degli angoli interni del triangolo.  
b) Calcola le misure del perimetro, dell'altezza relativa alla base e dell'area.

[45°; 90°]

[ $\sqrt{2} = 1,41$ ;  $2p = 54,56$  cm; 11,28 cm; 128 cm<sup>2</sup>]

**182** Un triangolo rettangolo isoscele ha l'area di 50 m<sup>2</sup>. Calcola le misure dei lati e dell'altezza relativa all'ipotenusa.  
[10 m; 10 m;  $10\sqrt{2}$  m;  $5\sqrt{2}$  m]

**183** In un triangolo isoscele la mediana relativa alla base misura 4 cm, è bisettrice e forma con il lato obliquo un angolo che è la metà di un angolo retto. Calcola la misura della proiezione della mediana su ciascun lato obliquo.  
[2  $\sqrt{2}$  cm]

**184** Risolvi il seguente problema.

<p><b>Dati</b></p> <p><math>\widehat{C} = \widehat{B} = 45^\circ</math>  <math>\widehat{A} = 90^\circ</math>  <math>AH = x</math></p>		<p><b>Incognite</b></p> <p>CH          HB          BC  <math>AB = AC</math></p>
---	--	---

**185** Determina la misura dell'area di un triangolo rettangolo isoscele in cui il cateto è  $\ell$ .

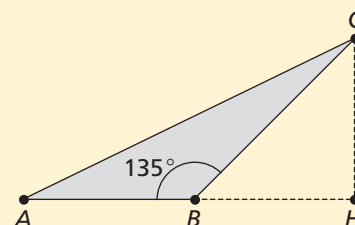
**186** Determina la misura dell'area di un triangolo rettangolo isoscele in cui l'ipotenusa è  $\ell\sqrt{2}$ .

**187** Nel triangolo ottusangolo  $ABC$ , l'altezza relativa ad  $AB$  misura 42 cm ed il segmento  $AH$  56 cm.

- a) Descrivi il triangolo  $BHC$  e calcola la misura del perimetro del triangolo  $ABC$  ( $\sqrt{2} = 1,4$ ).  
b) Calcola le misure delle altezze relative agli altri due lati del triangolo  $ABC$ .

[142,8 cm]

[8,4 cm; ≈ 10 cm]



# Dal triangolo equilatero al triangolo rettangolo con gli angoli di 90°, 60°, 30°

Teoria a pag. 511-G

## Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

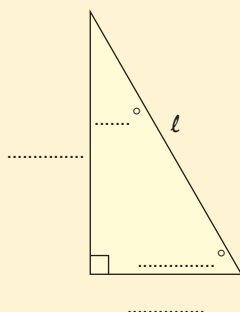
**188** Disegna un triangolo equilatero, poi scrivi:

- la formula per trovare l'altezza, noto il lato;
- la formula per trovare il lato nota l'altezza.

**189** Esegui.

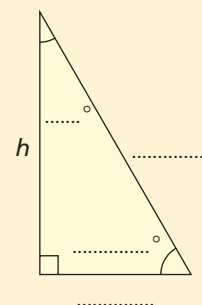
- Scrivi al posto giusto

$$60^\circ, 30^\circ, \frac{\ell}{2}, \frac{\ell}{2} \cdot \sqrt{3}.$$



- Scrivi al posto giusto

$$60^\circ, 30^\circ, \frac{h}{\sqrt{3}}, \frac{h}{\sqrt{3}} \cdot 2.$$



**190** Scrivi sul tuo quaderno perché un triangolo rettangolo  $ABC$  avente  $\widehat{B} = 60^\circ$ ,  $\widehat{C} = 30^\circ$  e l'ipotenusa  $BC = \ell$ , ha  $AB = \frac{\ell}{2}$  e  $CA = \frac{\ell}{2} \cdot \sqrt{3}$ .

## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

**191** Ricopia sul quaderno, poi completa le figure e le tabelle a fianco.

a)	$AB = BC = CA$ $\ell$	$AH = HB$ $\frac{\ell}{2}$	$CH$ $\frac{\ell}{2} \cdot \sqrt{3}$
	6 cm	..... cm	..... cm
	9 dm	..... dm	..... dm
	..... cm	2,5 cm	..... cm
	..... m	8 m	..... m

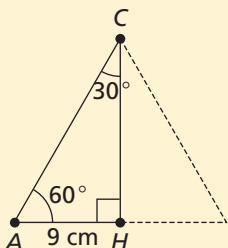
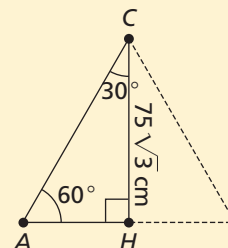
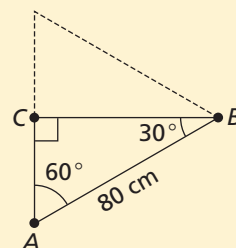
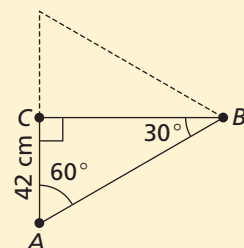
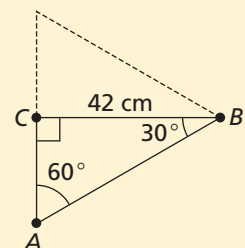
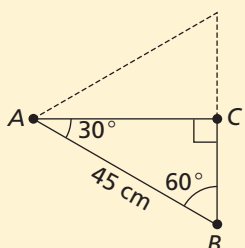
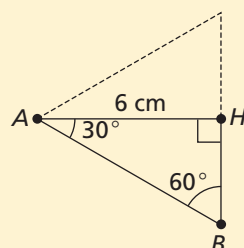
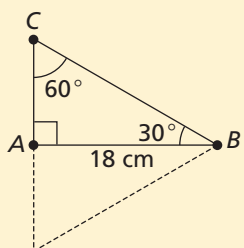
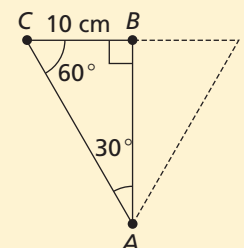
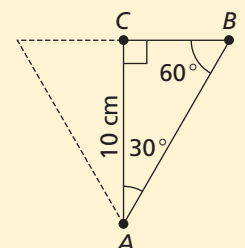
b)	$BC$ $\ell$	$HB$ $\frac{\ell}{2}$	$CH$ $\frac{\ell}{2} \cdot \sqrt{3}$
	10 m	..... m	..... m
	..... dm	7 dm	..... dm
	11 m	..... m	..... m
	..... cm	50 cm	..... cm

**192** Completa le tabelle.

a)	$CH$ (cm)	$HB$ (cm)	$BC$ (cm)
	$16\sqrt{3}$	.....	.....
	24	.....	.....
	16	.....	.....
	27,2	.....	.....

b)	$AB$ (cm)	$AC$ (cm)	$BC$ (cm)
	2	.....	.....
	.....	.....	16
	.....	$\sqrt{3}$	.....
	.....	9	.....

**193** Calcola quanto richiesto.

<p>a)</p>  <p>AH = 9 cm AC = ..... CH = .....</p>	<p>b)</p>  <p>CH = <math>75\sqrt{3}</math> cm AH = ..... CA = .....</p>	<p>c)</p>  <p>AB = 80 cm CA = ..... BC = .....</p>	<p>d)</p>  <p>AC = 42 cm AB = ..... BC = .....</p>	<p>e)</p>  <p>BC = 42 cm CA = ..... AB = .....</p>
<p>f)</p>  <p>AB = 45 cm BC = ..... AC = .....</p>	<p>g)</p>  <p>AH = 6 cm BH = ..... AB = .....</p>	<p>h)</p>  <p>AB = 18 cm CA = ..... BC = .....</p>	<p>i)</p>  <p>BC = 10 cm AC = ..... AB = .....</p>	<p>l)</p>  <p>AC = 10 cm BC = ..... AB = .....</p>

**Problemi sul triangolo equilatero (in questi problemi poni  $\sqrt{3} = 1,732...$ )**

**194** Un triangolo equilatero ha il lato di 20 cm. Calcola la misura della sua altezza. [10 $\sqrt{3}$  cm = 17,32 cm]

**195** Il perimetro di un triangolo equilatero è 24 mm. Calcola la misura della sua altezza. [4 $\sqrt{3}$  mm = 6,928 mm]

**196** Un triangolo equilatero ha il perimetro di 33 cm. Calcola la misura della sua area. [30,25 $\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup> = 52,394 cm<sup>2</sup>]

**197** Un triangolo ha due angoli di 60° ed un lato di 4 cm. Di quale triangolo si tratta? Qual è la misura della sua area? [4 $\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup> = 6,93 cm<sup>2</sup>]

**198** Un triangolo equilatero ha l'altezza di 7 $\sqrt{3}$  mm.

- a) Qual è la misura del lato? [14 mm]  
 b) Verifica che tale misura, espressa in cm, è uguale al risultato della seguente espressione:  
 $2 \cdot (3^2 + 3^0 - 3^1).$

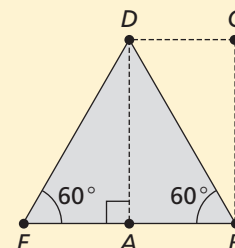
**199** L'altezza di un triangolo equilatero misura 5 $\sqrt{3}$  cm.

Calcola le misure del lato, del perimetro, dell'area. [10 cm; 30 cm; 25 $\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup> = 43,3 cm<sup>2</sup>]

**200** Calcola la misura del perimetro di un triangolo equilatero alto  $3\sqrt{3}$  cm. [18 cm]

**201** Calcola le misure del perimetro e dell'area di un triangolo equilatero che ha l'altezza di  $72\sqrt{3}$  mm.  
[432 mm;  $5\,184\sqrt{3}$  mm<sup>2</sup> = 8 978,95 mm<sup>2</sup>]

**202** Il rettangolo ABCD ha l'area di  $196\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>. Quant'è l'area del triangolo EBD? Giustifica la risposta. [196  $\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>]



**203** Esegui gli esercizi.

a) Verifica che in un triangolo equilatero di lato  $\ell$  l'area è  $\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{3}$ .

b) Ricava la formula inversa di  $\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{3}$ .

c) Calcola la misura del lato di un triangolo equilatero che ha l'area di  $49\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>. [14 cm]

**204** Calcola la misura del perimetro di un triangolo equilatero equivalente ad un quadrato che ha la diagonale di  $3\sqrt{6}$  cm. [23,7 cm]

*Problemi sul triangolo rettangolo con gli angoli di 90°, 60°, 30°*

**205** Un triangolo rettangolo ha un angolo acuto di 60° e l'ipotenusa di 10 cm.

Calcola le misure dell'altro angolo acuto e di ciascun cateto. [30°; 5 cm;  $5\sqrt{3}$  cm]

**206** Un triangolo ha un angolo di 30° e un angolo di 60° ed il lato maggiore di 36 cm.

a) Di quale triangolo si tratta?

b) Calcola le misure degli altri due lati. [18 cm;  $18\sqrt{3}$  cm]

**207** Un triangolo rettangolo è la metà di un triangolo equilatero ed ha il cateto minore di 3 cm.

Calcola le misure dell'ipotenusa e dell'altro cateto. [6 cm;  $3\sqrt{3}$  cm = 5,196 cm]

**208** Un triangolo rettangolo ha un angolo di 30° e l'ipotenusa di 28 cm. Calcola le misure dell'area e del perimetro ( $\sqrt{3} = 1,7$ ). [ $98\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>; 65,8 cm]

**209** Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa di 72 cm e gli angoli adiacenti ad essa l'uno la metà dell'altro. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [ $18\sqrt{3}$  cm  $\approx$  31,17 cm]

**210** In un triangolo rettangolo un angolo acuto è 30° ed il cateto minore misura 4 cm.

Calcola le misure dell'ipotenusa, del cateto maggiore e la misura dell'area. [8 cm;  $4\sqrt{3}$  cm;  $8\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>]

**211** Calcola la misura dell'area di un triangolo rettangolo che ha un angolo esterno di 120° ed il lato minore di 54 cm. [ $1\,458\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup> = 2 525,330 cm<sup>2</sup>]

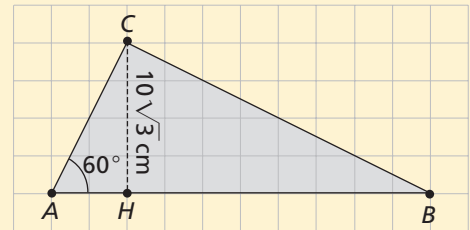
**212** Un triangolo ha un angolo di 90° ed il lato maggiore doppio del lato minore.

a) Di quale triangolo si tratta?

b) Calcola la misura del perimetro del triangolo nel caso in cui il lato minore misuri 63 cm ( $\sqrt{3} = 1,732$ ). [298,116 cm]

**213** Esegui quanto richiesto.

- a) Calcola le misure degli angoli dei triangoli  $AHC$  e  $CHB$ .  
 $[\widehat{AHC} = 90^\circ; \widehat{HCA} = 30^\circ; \widehat{CHB} = 90^\circ;$   
 $\widehat{BCH} = 60^\circ; \widehat{HBC} = 30^\circ]$
- b) Calcola le misure delle proiezioni dei cateti  $BC$  e  $CA$  sull'ipotenusa  $AB$ .  
 $[30 \text{ cm}; 10 \text{ cm}]$



**214** Un triangolo rettangolo ha un angolo di  $60^\circ$  ed il lato opposto di  $17\sqrt{3} \text{ cm}$ .

Calcola le misure dell'altro cateto e dell'ipotenusa.

$[17 \text{ cm}; 34 \text{ cm}]$

**215** In un triangolo rettangolo l'ipotenusa è doppia del cateto minore ed il cateto maggiore misura  $24\sqrt{3} \text{ cm}$ .

- a) Di che triangolo rettangolo si tratta?  
b) Calcola le misure dei lati e dell'altezza relativa all'ipotenusa.  $[48 \text{ cm}; 24 \text{ cm}; 12\sqrt{3} \text{ cm}]$

**216** In un triangolo rettangolo il cateto minore misura  $8 \text{ cm}$  ed è la metà dell'ipotenusa. Calcola le misure dell'area, dell'altezza relativa all'ipotenusa e delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

$[32\sqrt{3} \text{ cm}^2; 4\sqrt{3} \text{ cm}; 4 \text{ cm}; 12 \text{ cm}]$

**217** Nel triangolo rettangolo  $ABC$ , la mediana relativa all'ipotenusa forma con un cateto un angolo di  $60^\circ$ . Calcola la misura del perimetro del triangolo sapendo che la mediana è  $15 \text{ cm}$  ( $\sqrt{3} = 1,7$ ).  $[70,5 \text{ cm}]$

### Problemi misti

**218** Un triangolo isoscele ha gli angoli alla base di  $30^\circ$  e l'altezza relativa alla base di  $34 \text{ cm}$ . Calcola la misura dell'area.

$[1\,156\sqrt{3} \text{ cm}^2]$

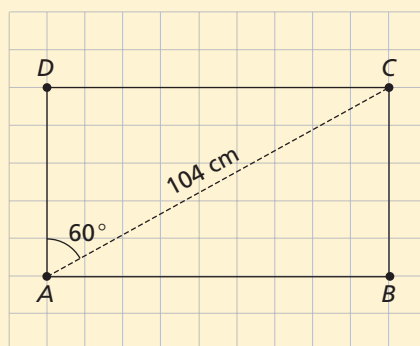
**219** Un triangolo isoscele ha l'angolo al vertice di  $120^\circ$  ed un lato obliquo di  $82 \text{ cm}$ . Calcola le misure del perimetro e dell'area ( $\sqrt{3} = 1,732$ ).  $[306,024 \text{ cm}; 1\,681\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 2\,911,492 \text{ cm}^2]$

**220** In un triangolo  $ABC$  l'altezza  $CH$ , lunga  $24 \text{ cm}$ , forma con il lato  $AC$  un angolo di  $60^\circ$  e con il lato  $BC$  un angolo di  $45^\circ$ . Calcola le misure dei lati del triangolo ( $\sqrt{2} = 1,4$ ;  $\sqrt{3} = 1,7$ ).

$[48 \text{ cm}; 64,8 \text{ cm}; 33,6 \text{ cm}]$

**221** Osserva il rettangolo  $ABCD$  e trova quanto richiesto. (Poni  $\sqrt{3} = 1,732$ )

$AC = 104 \text{ cm}$



$\widehat{ACD} = ?$   $[30^\circ]$

$AD = ?$   $[52 \text{ cm}]$

$DC = ?$   $[52\sqrt{3} \text{ cm} = 90,064 \text{ cm}]$

$2p_{ABCD} = ?$   $[284,128 \text{ cm}]$

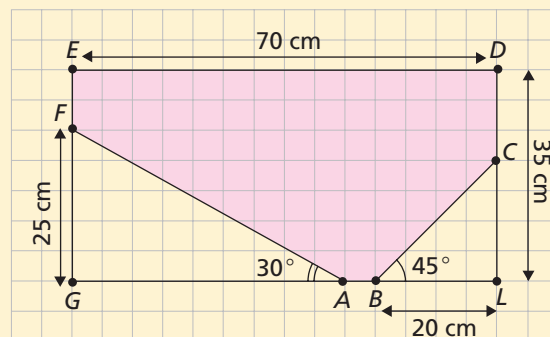
$A_{ABCD} = ?$   $[2\,704\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 4\,683,3 \text{ cm}^2]$

$A_{ACD} = ?$   $[1\,352\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 2\,341,65 \text{ cm}^2]$

**222** Verifica che il rettangolo  $ABCD$  dell'esercizio precedente è equivalente al triangolo equilatero avente come lato  $AC$ .

- 223** Calcola le misure del perimetro e dell'area dell'esagono colorato  $ABCDEF$ .  $[\approx 180 \text{ cm}; 1\,708,7 \text{ cm}^2]$

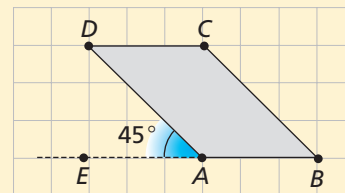
Descrivi, a parole, la costruzione dell'esagono  $ABCDEF$ .



- 224** Un parallelogramma ha un angolo di  $120^\circ$  e il lato obliquo di 30 cm. Calcola la misura dell'area sapendo che la proiezione della diagonale minore sulla base è 45 cm.  $[900\sqrt{3} \text{ cm}^2]$

- 225** Il parallelogramma  $ABCD$  ha il lato  $BC$  di 7 cm,  $EA = AB$  e l'angolo esterno  $\widehat{DAE}$  di  $45^\circ$ . ( $\sqrt{2} = 1,4$ )

- a) Calcola la misura dell'altezza relativa al lato  $BC$ .  $[3,5 \text{ cm}]$   
 b) Calcola la misura del perimetro del parallelogramma e la misura della diagonale  $BD$ .  $[24 \text{ cm}; 11,18 \text{ cm}]$



- 226** Del rombo  $ABCD$ , sai che gli angoli adiacenti al lato sono l'uno il doppio dell'altro e la diagonale minore misura 14 cm. Calcola la misura dell'altezza  $OH$  del triangolo  $COB$  ( $O$  è il punto d'incontro delle diagonali.)  $[3,5\sqrt{3} \text{ cm}]$

- 227** Calcola la misura del perimetro di un trapezio rettangolo che ha l'angolo ottuso di  $135^\circ$ , la base minore di 28 cm e l'altezza che è  $\frac{3}{2}$  della base minore. ( $\sqrt{2} = 1,414$ ).  $[199,388 \text{ cm}]$

- 228** Gli angoli adiacenti alla base maggiore di un trapezio scaleno misurano  $60^\circ$  e  $45^\circ$ . Calcola la misura dell'area del trapezio sapendo che l'altezza misura  $6\sqrt{3} \text{ dm}$  e la base minore 16 dm. ( $\sqrt{3} = 1,7$ )  $[245,82 \text{ dm}^2]$