

Similitudine e omotetia

La similitudine

Teoria a pag. 720-**G**

Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

1 Che cos'è la similitudine? Rispondi completando la frase.

La similitudine è una geometrica che conserva la

Nella similitudine il tra i segmenti corrispondenti rimane

2 Che cos'è il rapporto di similitudine? Con quale lettera dell'alfabeto si indica di solito?**3** Quale simbolo si usa per indicare che due figure sono simili? Leggi ad alta voce la seguente scrittura: $F \sim F'$.**4** Scrivi accanto a ogni simbolo matematico il suo significato.

Simbolo	\equiv	\sim	\doteq
Significa...

5 Metti una crocetta su (VERO) o (FALSO). Correggi le affermazioni false e rendile vere.

CORREGGI

a) La similitudine non è una trasformazione geometrica.

b) La similitudine non conserva la forma delle figure.

c) In figure simili il rapporto tra i segmenti che congiungono punti corrispondenti rimane costante.

 6 Spiega perché due figure congruenti sono simili. Giustifica la tua risposta.**7** Traduci in simboli.a) La figura F è congruente alla figura D .
c) La figura F è equivalente alla figura F' .b) Il poligono P è simile al poligono P' .
d) Il triangolo T non è simile al triangolo T' .**8** Quando due poligoni si dicono simili?**9** Il rapporto di similitudine K tra i lati corrispondenti di due poligoni simili:

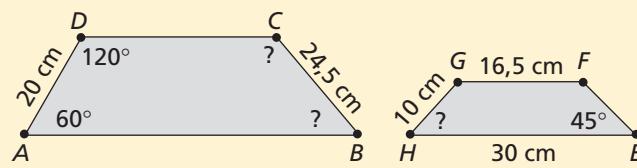
a) cambia; b) è uguale.

10 Vi sono figure sempre simili? Scrivi quali sono e perché.

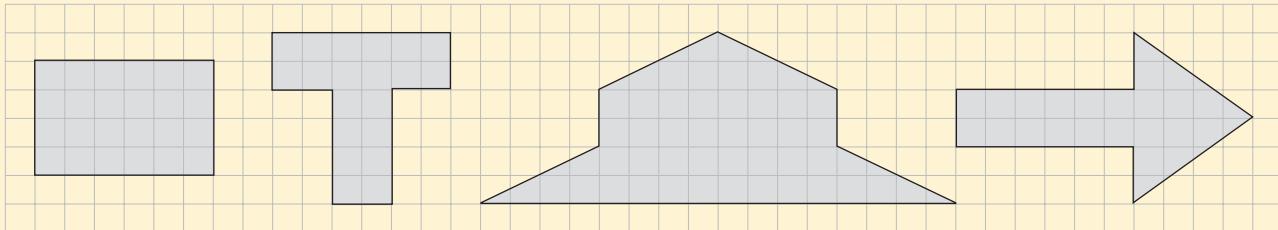
Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

11 Completa la tabella relativa ai poligoni simili illustrati.

Angoli	Rapporto di similitudine K	Lati
$\widehat{B} = \dots$		$AB = \dots$
$\widehat{C} = \dots$		$CD = \dots$
$\widehat{H} = \dots$		$EF = \dots$
$\widehat{F} = \dots$		
$\widehat{G} = \dots$		



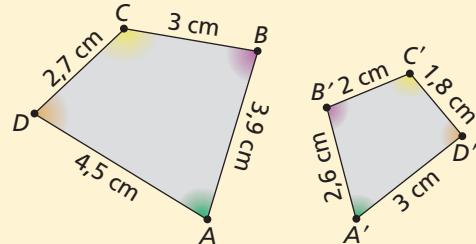
12 Riporta sul quaderno le seguenti figure. Accanto a ciascuna di esse disegna una figura simile in modo che il rapporto tra quella data e quella da te costruita sia 2.



13 Ripeti l'esercizio precedente, questa volta con $K = \frac{1}{2}$.

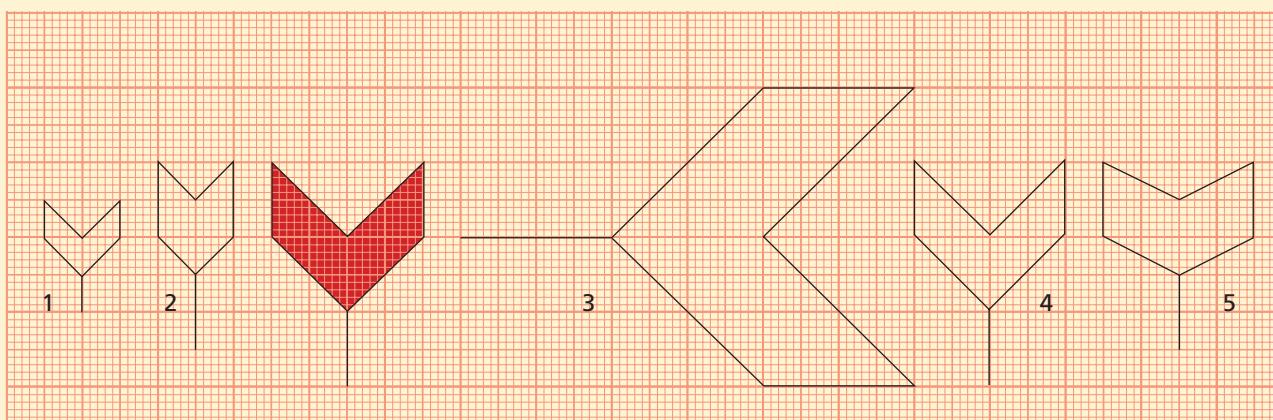
14 Osserva i quadrilateri $ABCD$ e $A'B'C'D'$. Gli angoli di $ABCD$ sono congruenti agli angoli di $A'B'C'D'$.

a) $ABCD$ e $A'B'C'D'$ sono simili?
b) Se la risposta è sì, quant'è il rapporto di similitudine tra il quadrilatero $ABCD$ e il quadrilatero $A'B'C'D'$?



15 Non tutte le figure disegnate sono simili a quella colorata.

Verifica quali non lo sono e quali lo sono e in questo caso calcola quant'è il rapporto di similitudine K .



$$\left[K_1 = \frac{1}{2}; K_3 = 2; K_4 = 1 \right]$$

Problemi sui triangoli simili

16 Il triangolo DEF è simile al triangolo $D'E'F'$.

a) Qual è il rapporto di similitudine?

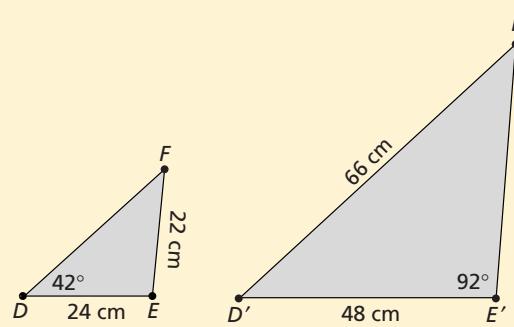
$$\left[\frac{1}{2} \right]$$

b) Calcola la misura di $E'F'$ e FD .

$$[44 \text{ cm}; 33 \text{ cm}]$$

c) Calcola la misura dell'ampiezza di $\widehat{D'}$, \widehat{E} , \widehat{F} e $\widehat{F'}$.

$$[42^\circ; 92^\circ; 46^\circ; 46^\circ]$$



17 Il triangolo ABC è simile al triangolo $A'B'C'$.

Se il rapporto di similitudine tra i lati del triangolo ABC e i lati del triangolo $A'B'C'$ è 2, la misura dei lati di $A'B'C'$ è maggiore o minore di quella dei lati di ABC ? E se fosse $\frac{1}{4}$?

18 Calcola la misura dell'ampiezza degli angoli di un triangolo $A'B'C'$ simile a un triangolo ABC , sapendo che l'angolo $\widehat{A'}$ è i $\frac{2}{3}$ dell'angolo \widehat{B} e che l'angolo $\widehat{B'}$ è i $\frac{3}{5}$ dell'angolo \widehat{C} .

$$[36^\circ; 54^\circ; 90^\circ]$$

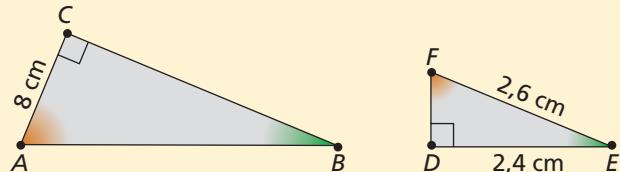
19 La base AB di un triangolo isoscele è 12 mm. La base e il lato obliquo di un triangolo $A'B'C'$, simile al precedente, sono rispettivamente 2,4 cm e 5,4 cm. Calcola il rapporto di similitudine tra i lati del triangolo ABC e $A'B'C'$ e la misura dei lati del triangolo ABC .

$$\left[\frac{1}{2}; 27 \text{ mm} \right]$$

20 Due triangoli equilateri sono sempre simili? Giustifica la risposta e fai qualche esempio.

21 I due triangoli rettangoli ABC e DEF sono simili.

a) Calcola il valore del rapporto di similitudine tra i lati di ABC e di DEF . [8]
b) Calcola le misure del perimetro e dell'area di ABC . [48 cm; 76,8 cm²]



22 Un triangolo rettangolo avente i cateti lunghi 12 cm e 9 cm è simile a un altro triangolo rettangolo che ha un cateto lungo 24 cm. Calcola la misura dell'altro cateto.

Questo problema ammette una sola soluzione?

[18 cm oppure 32 cm]

23 Il triangolo ABC è simile al triangolo $A'B'C'$.

Nel triangolo ABC , $AB = 10 \text{ cm}$, $BC = 24 \text{ cm}$, $CA = 26 \text{ cm}$ e il rapporto di similitudine tra i lati dei due triangoli è $\frac{1}{2}$.

a) Calcola le misure dei lati $A'B'$, $B'C'$ e $C'A'$ e del perimetro di $A'B'C'$. [20 cm; 48 cm; 52 cm; 120 cm]
b) Verifica che $\frac{2p_{ABC}}{2p'_{A'B'C'}} = \frac{1}{2}$.

24 Nel triangolo ABC il perimetro misura 90 cm, $AB = 24 \text{ cm}$ e $BC = 30 \text{ cm}$. Calcola la misura dei lati di un triangolo simile al precedente, sapendo che il rapporto di similitudine tra i lati del primo triangolo e quelli del secondo triangolo è $\frac{4}{3}$.

[18 cm; 22,5 cm; 27 cm]

Problemi sui quadrilateri ed altri poligoni simili

25 In un trapezio rettangolo la base minore misura 35 cm; in un secondo trapezio, simile al primo, la base minore misura 105 cm.

Se il primo trapezio ha il lato obliquo di 25 cm, quant'è lungo il lato obliquo del secondo? [75 cm]

Quant'è il rapporto di similitudine tra i lati del primo e quelli del secondo trapezio?

$$\left[\frac{1}{3} \right]$$

26 Disegna due rettangoli simili e due rettangoli che non siano simili.

27 Un rettangolo ha i lati di 40 dm e 27 dm. Un secondo rettangolo ha i lati di 162 dm e 240 dm. I due rettangoli sono simili? Perché?

$$\left[\text{sì; perché } K = \frac{1}{6} \right]$$

28 Il parallelogrammo $ABCD$ è simile al parallelogrammo $A'B'C'D'$. Sai che $AB = 12 \text{ cm}$, $BC = 21 \text{ cm}$, $A'B' = 32 \text{ cm}$. Calcola K , $B'C'$, $2p_{A'B'C'D'}$.

$$\left[\frac{3}{8}; 56 \text{ cm}; 176 \text{ cm} \right]$$

29 Verifica con un disegno che la seguente affermazione *non è vera*:

«due parallelogrammi sono simili se hanno due angoli corrispondenti congruenti».

30 Il rombo $ABCD$ è simile al rombo $A'B'C'D'$. Sai che $AC = 30 \text{ cm}$, $BD = 40 \text{ cm}$ e $K = \frac{5}{2}$. Calcola $2p_{ABCD}$ e $2p_{A'B'C'D'}$.

[100 cm; 40 cm]

31 Il tuo amico Angelo sostiene che due rombi aventi due angoli corrispondenti congruenti sono senz'altro simili. Tu che cosa ne pensi? Giustifica, in ogni caso, la tua risposta.

32 È possibile disegnare due quadrati che non siano simili? Giustifica la risposta.

33 Sui parallelogrammi $ABCD$ e $DEFG$ hai le seguenti informazioni:

$AC \perp BD$ e $AC = BD$; $DEFG$ è equilatero ed equiangolo.

I due poligoni sono simili? Perché?

34 In un parallelogrammo i lati consecutivi misurano rispettivamente 40 cm e 51 cm.

Quanto misurano i lati di un parallelogrammo simile al precedente se il rapporto di similitudine tra i

lati del secondo e quelli del primo è $\frac{1}{5}$?

[8 cm; 10,2 cm]

35 Un rombo che ha il lato di 7 cm e un angolo di 30° è simile a un altro rombo, secondo un rapporto di similitudine tra i lati uguale a $\frac{1}{8}$.

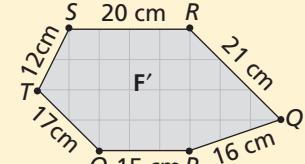
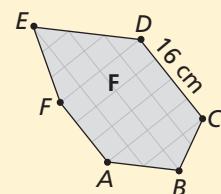
Calcola la misura dell'ampiezza degli angoli e la misura della lunghezza del lato del secondo rombo.

[30° ; 150° ; 56 cm]

36 Un parallelogrammo $ABCD$ che ha l'angolo ottuso \widehat{B} di 135° e i lati consecutivi AB e BC di 14 mm e 52 mm è simile a un parallelogrammo $A'B'C'D'$ che ha l'angolo acuto $\widehat{A'}$ di 45° e i lati consecutivi $A'B'$ e $B'C'$ di 2,8 mm e 10,4 mm? E se l'angolo $\widehat{A'}$ fosse di 35° ?

[sì; no]

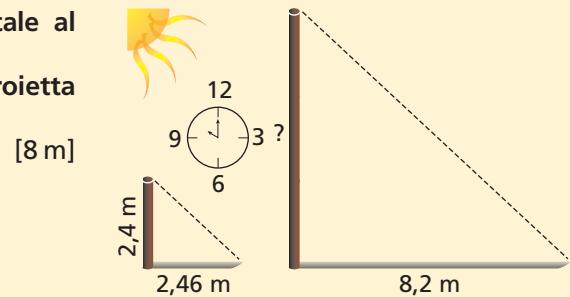
37 I seguenti poligoni sono simili. Riconosci quali sono i lati corrispondenti e calcola la misura dei lati del primo esagono. [$AB = 13,6$ cm; $BC = 9,6$ cm; $DE = 16,8$ cm; $EF = 12,8$ cm; $FA = 12$ cm]



38 Alle 10 del mattino un bastoncino lungo 2,4 m, verticale al suolo, proietta un'ombra di 2,46 m.

Nello stesso luogo e alla stessa ora, un palo della luce proietta un'ombra lunga 8,2 m.

Quanto è alto il palo?



[8 m]

39 Il rapporto di similitudine tra due cerchi è $\frac{7}{4}$. Nel primo vi è inscritto un esagono che ha il perimetro di 126 cm, il secondo è circoscritto a un quadrato.

Calcola la misura dell'area del quadrato.

[288 cm²]

I criteri di similitudine dei triangoli

Teoria a pag. 729-G

Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

40 Scrivi sul tuo quaderno cosa dicono il 1°, il 2° e il 3° criterio di similitudine.

41 Scrivi sul tuo quaderno la domanda e completala con la risposta giusta.

Cosa fa la parallela a un lato di un triangolo qualsiasi?

- [a] Divide il triangolo in un trapezio e in un triangolo equivalente al triangolo di partenza;
- [b] divide il triangolo in un trapezio e in un triangolo simile al triangolo di partenza.

Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

42 Disegna un triangolo con un angolo di 70° e uno di 30° .
 Disegna un secondo triangolo non congruente al primo e con gli angoli di 70° e 30° .
 Misura le lunghezze dei lati corrispondenti e calcola il loro rapporto. Se hai eseguito con precisione le figure i rapporti saranno uguali.

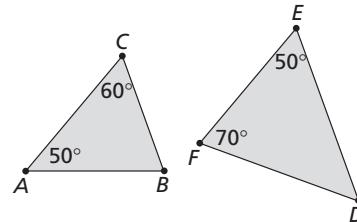
a) Puoi disegnare un altro triangolo con gli angoli di 70° e 30° che non sia simile ai precedenti? [no]
 b) Quanti triangoli simili ai precedenti puoi disegnare? [infiniti]

43 Disegna, con precisione, un triangolo che ha un angolo di 80° e i lati che lo delimitano di 4 cm e 6 cm.
 Disegna, con precisione, un secondo triangolo non congruente al primo che ha ancora un angolo di 80° ma i lati che lo delimitano la metà di quelli del primo.
 Confronta gli angoli dei due triangoli e verifica che quelli corrispondenti sono congruenti (puoi usare la carta trasparente).
 Misura poi la lunghezza dei lati corrispondenti e verifica che il loro rapporto è uguale.

44 Disegna con precisione un triangolo che ha i lati di 6 cm, 4 cm e 3 cm.
 Disegna con precisione un secondo triangolo i cui lati siano il doppio del primo.
 Confronta gli angoli corrispondenti con la carta trasparente e verifica che sono congruenti.

E S E R C I Z I O G U I D A T O

45 Il triangolo ABC ha due angoli ampi 60° e 50° .
 Il triangolo DEF ha due angoli ampi 60° e 70° .
 I due triangoli sono simili?
 Scopriamolo insieme!



- 1) Cosa conosci dei due triangoli?
 a) gli angoli;
 b) un angolo e i lati che lo racchiudono;
 c) i lati.
- 2) Qual è il criterio di similitudine in cui compaiono solo gli angoli?
 Cosa dice?

 1° 2° 3°
- 3) Per sapere se i due triangoli sono simili dovrà verificare che abbiano due angoli uguali.
 Uno è quello di 60° . Controlla se ce n'è un altro. Per questo, calcola qual è la misura degli angoli incogniti di ABC e DEF , poi completa la tabella.

Angoli di ABC	60°	50°
Angoli di DEF	60°	70°

- 4) I due triangoli hanno almeno due angoli uguali?
 Se la risposta è sì i due triangoli sono simili, se la risposta è NO i due triangoli non sono simili.
 Come sono ABC e DEF ?

Esegui i seguenti esercizi seguendo la traccia dell'esercizio guidato precedente.

46 Il triangolo ABC ha gli angoli $\widehat{A} = 25^\circ$ e $\widehat{B} = 75^\circ$.
 Il triangolo $A'B'C'$ ha gli angoli $\widehat{A}' = 25^\circ$ e $\widehat{B}' = 75^\circ$.
 I due triangoli sono simili? Perché? [sì; per il 1° criterio di similitudine]

47 Il triangolo ABC ha due angoli di 40° e 90° .
 Il triangolo DEF ha due angoli di 70° e 20° .
 I due triangoli sono simili? Perché? [no; perché hanno tutti gli angoli disuguali]

E S E R C I Z I O G U I D A T O

48 Il triangolo ABC ha l'angolo $\widehat{A} = 75^\circ$ e i lati $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$.

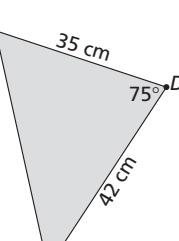
Il triangolo DEF ha l'angolo $\widehat{D} = 75^\circ$ e i lati $FD = 42 \text{ cm}$ e $DE = 35 \text{ cm}$.

I due triangoli sono simili? Scopriamolo insieme!

1) Cosa conosci dei due triangoli?

- a Gli angoli;
- b un angolo e i lati che lo racchiudono;
- c i lati.

2) Qual è il criterio di similitudine in cui si parla di un angolo e dei due lati che lo racchiudono?



1° 2° 3°

3) Per sapere se i due triangoli sono simili dovrà verificare se hanno un angolo congruente e se i lati corrispondenti che racchiudono questo angolo sono in proporzione.

L'angolo congruente c'è: è quello di 75° . A questo punto devi solo scoprire se i lati sono in proporzione, cioè se il rapporto tra le misure dei lati corrispondenti è uguale.

Prima però devi individuare quali sono i lati corrispondenti (dei due lati di ABC , quello maggiore avrà come corrispondente il lato maggiore di DEF e lo stesso vale per i lati minori):

Lato di ABC	AB	AC
Lato corrispondente di DEF

4) Ora calcola i rapporti:

$$\frac{AB}{DE} = \dots; \quad \frac{AC}{FD} = \dots.$$

5) Hai ottenuto lo stesso risultato?

Sì No

6) Puoi affermare che ABC è simile a DEF ?

Sì No

Risovi i seguenti esercizi seguendo la traccia dell'esercizio guidato precedente.

49 Il triangolo scaleno ABC ha $\widehat{B} = 45^\circ$, $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 9 \text{ cm}$. Il triangolo $A'B'C'$ ha $\widehat{B}' = 15^\circ$, $A'B' = 2 \text{ cm}$, $B'C' = 3 \text{ cm}$. Puoi affermare che i due triangoli sono simili? Perché? [no]

50 Di due triangoli ABC e DEF sai che:

$AB = 18 \text{ cm}$; $BC = 24 \text{ cm}$; $\widehat{B} = 40^\circ 59' 60''$; $DE = 3 \text{ dm}$; $EF = 40 \text{ cm}$; $\widehat{E} = 41^\circ$.
I due triangoli sono simili? Perché? [sì; per il 2° criterio]

E S E R C I Z I O G U I D A T O

51 Il triangolo ABC ha $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$ e $CA = 7 \text{ cm}$.

Il triangolo $A'B'C'$ ha $A'B' = 8 \text{ cm}$, $B'C' = 12 \text{ cm}$ e $C'A' = 14 \text{ cm}$.

I due triangoli sono simili? Scopriamolo insieme!

1) Cosa conosci dei due triangoli?

- a Gli angoli;
- b un angolo e i lati che lo racchiudono;
- c i lati.

2) Qual è il criterio di similitudine in cui compaiono solo i lati?

1° 2° 3°

Cosa dice?

3) Per sapere se i due triangoli sono simili dovrà scoprire se tutti i lati sono in proporzione, cioè se il rapporto tra tutti i lati corrispondenti rimane uguale.

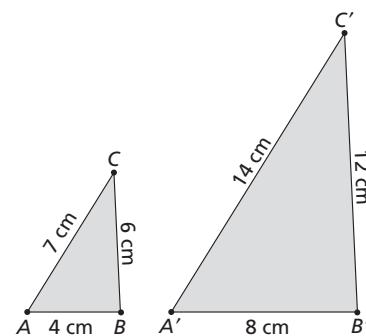
Calcola i rapporti tra le misure dei lati corrispondenti:

$$\frac{AB}{A'B'} = \dots; \quad \frac{BC}{B'C'} = \dots; \quad \frac{CA}{C'A'} = \dots.$$

4) Hai ottenuto lo stesso risultato?

Se la risposta è Sì i due triangoli sono simili. Se la risposta è No i due triangoli non sono simili.

Come sono ABC e $A'B'C'$?



Esegui i seguenti esercizi seguendo la traccia dell'esercizio precedente.

52 Il triangolo ABC ha $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm e $CA = 8$ cm.

Il triangolo $A'B'C'$ ha $A'B' = 15$ cm, $B'C' = 21$ cm e $C'A' = 26$ cm.

I due triangoli sono simili? Perché?

[no; perché $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \neq \frac{CA}{C'A'}$]

53 Un triangolo ha i lati che misurano 8 cm, 15 cm, 17 cm. Un secondo triangolo ha i lati che misurano 16 cm, 30 cm, 34 cm. I due triangoli sono simili? Perché?

[sì; perché $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$]

54 Il triangolo ABC ha i lati di 36 cm, 40 cm e 24 cm. Il triangolo DEF ha i lati di 24 cm, 360 mm e 4 dm.

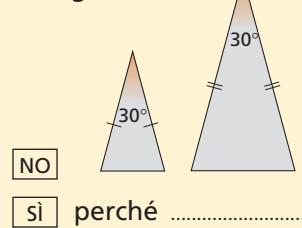
Puoi dire che i due triangoli sono simili? Perché?

[sì; perché sono congruenti]

Problemi misti

55 Quali coppie di triangoli isosceli sono simili?

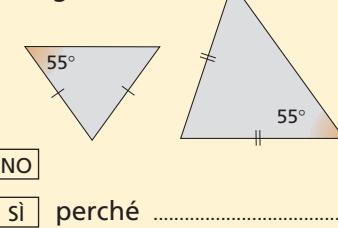
a) Triangoli isosceli



[NO]

[SÌ] perché

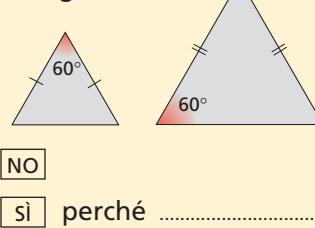
b) Triangoli isosceli



[NO]

[SÌ] perché

c) Triangoli isosceli



[NO]

[SÌ] perché

56 Un triangolo isoscele ha l'angolo al vertice di 50° . Un secondo triangolo isoscele ha un angolo alla base di 65° . I due triangoli sono simili? Perché?

[sì]

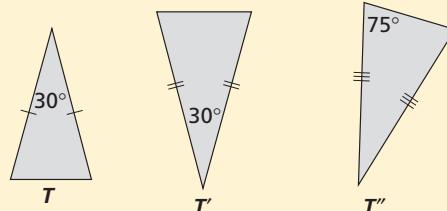
57 Un triangolo isoscele ha un angolo di 100° . Anche un secondo triangolo isoscele ha un angolo di 100° .

Queste informazioni sono sufficienti per stabilire se i due triangoli isosceli sono simili?

Giustifica, in ogni caso, la tua risposta.

58 Osserva i seguenti triangoli isosceli e rispondi alle domande.

a) $T \sim T'$? Perché?

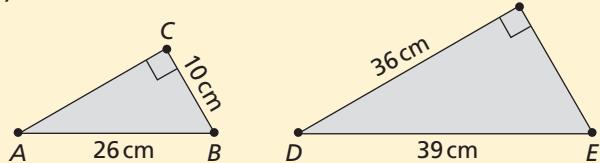


b) $T' \sim T''$? Perché?

c) $T \sim T''$? Perché?

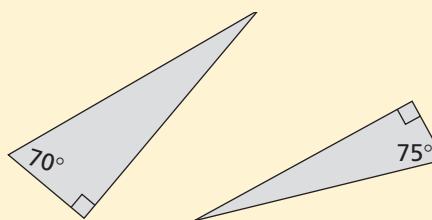
59 Quali coppie di triangoli rettangoli sono simili?

a)



[NO] [SÌ] perché

b)



[NO] [SÌ] perché

60 Due triangoli rettangoli isosceli sono sempre simili? Perché?

[sì]

61 Disegna un triangolo con i cateti lunghi 6 cm e 8 cm ed almeno due triangoli simili al precedente.

62 Disegna un triangolo rettangolo ABC che abbia un angolo di 30° , poi un triangolo simile ad ABC .

63 Risovi i seguenti problemi.

a) ABC è simile a $A'B'C'$?

SÌ NO

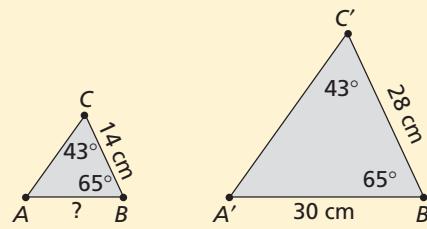
Puoi calcolare la misura di AB ?

SÌ NO

Perché?

Se hai risposto sì, quant'è?

[15 cm]



b) ABC è simile a $A'B'C'$?

SÌ NO

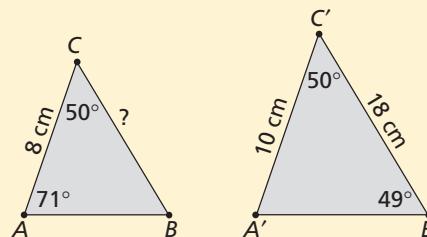
Puoi calcolare la misura di BC ?

SÌ NO

Perché?

Se hai risposto sì, quant'è?

[no]



64 In un trapezio isoscele $ABCD$ le diagonali si incontrano nel punto E .

Dimostra che ABE è simile a DEC e calcola il perimetro di ciascuno dei due triangoli sapendo che

$$AC = 34 \text{ cm}, \frac{AE}{EC} = \frac{7}{3} \text{ cm} \text{ e } DC = 18 \text{ cm.}$$

[89,6 cm; 38,4 cm]

65 Due corde AB e CD si incontrano nel punto E .

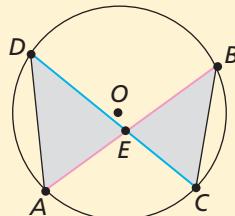
a) I due triangoli $\triangle DAE$ e $\triangle BEC$ sono simili?

[sì]

Spiega per iscritto quale ragionamento hai fatto.

b) Calcola la misura degli angoli di $\triangle DAE$ e $\triangle BEC$ nel caso in cui $\widehat{ECB} = 60^\circ$ e $\widehat{AED} = 75^\circ$.

[45°; 75°; 60°]



c) Completa:

$$AE : \dots = DE : \dots = DA : \dots$$

d) Supponi che $DE = 4,2 \text{ mm}$, $AE = 3,5 \text{ mm}$, $DA = 4,7 \text{ mm}$ e $BC = 9,4 \text{ cm}$.

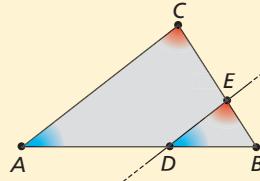
Quanto misurano i lati di $\triangle BEC$?

[8,4 mm; 7 mm]

66 Osserva le figure e completa come nell'esercizio svolto.

Esempio svolto

$DE \parallel CA$



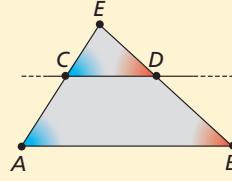
Triangoli simili

$\triangle ABC$ e $\triangle DBE$

Proporzione tra i lati
di $\triangle ABC$ e di $\triangle DBE$

$$AC : DE = AB : DB = BC : BE$$

$DE \parallel AB$



Triangoli simili

..... e

Proporzione tra i lati
(dei triangoli simili)

$$\dots$$

67 Il triangolo ABC ha i lati $AB = 34 \text{ cm}$, $BC = 36 \text{ cm}$, $CA = 108 \text{ cm}$.

Per il punto medio M del lato AC traccia la parallela al lato AB e chiama N il punto d'incontro con il lato BC . Calcola la misura del perimetro del triangolo MNC e quella del trapezio $ABNM$.

[89 cm; 123 cm]

68 Nel triangolo isoscele ABC sai che $AB = 112 \text{ cm}$ e $BC = 200 \text{ cm}$. La retta r , parallela alla base AB , incontra i due lati obliqui CA e BC rispettivamente in A' e B' in modo tale che $A'C = 125 \text{ cm}$.

a) Dimostra che il triangolo $A'B'C$ è simile al triangolo ABC , poi calcola il rapporto di similitudine K .

b) Calcola la misura dell'altezza dei triangoli ABC e $A'B'C'$, la misura dell'area di $ABB'A'$ e il rapporto tra l'area di ABC e quella di $A'B'C$.

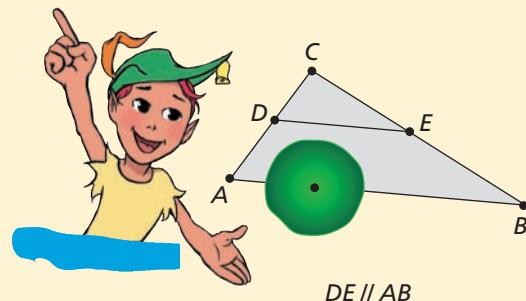
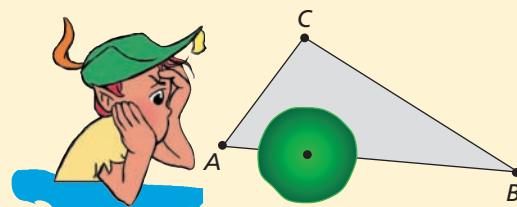
$$\left[\frac{8}{5}; 192 \text{ cm}; 120 \text{ cm}; 6552 \text{ cm}^2; \frac{64}{25} \right]$$

69 *A, B e C sono tre paesi. La distanza tra A e B non può essere misurata con metodi diretti perché vi è un ostacolo, in questo caso una collina. Per trovare la distanza in linea d'aria tra A e B si procede così:*

- mediante strumenti ottici si costruiscono triangoli simili ($DE \parallel AB$ per cui $DEC \sim ABC$);
- poiché triangoli simili hanno i lati in proporzione:
 $AB : DE = CA : CD = CB : CE$,
per trovare AB è sufficiente misurare le distanze tra DE , CA e CD (oppure DE , CB e CE), impostare e poi risolvere la proporzione:
 $AB : DE = CA : CD$ (oppure $AB : DE = CB : CE$).

Riesci a calcolare quanto distano tra loro i paesi A e B se $DE = 2\ 000$ m, $CA = 7\ 000$ m e $CD = 2\ 800$ m?

[5 km]



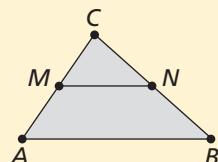
$DE \parallel AB$

70 Scrivi il testo del seguente problema, poi risolvilo.

Ipotesi

$$AM = MC$$

$$BN = NC$$



Tesi

$$MN \parallel AB$$

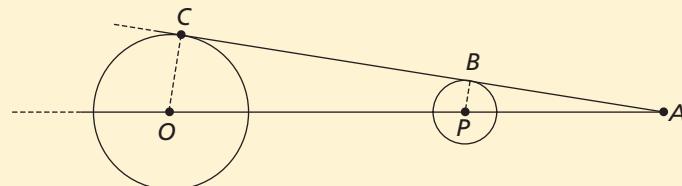
$$MN = \frac{1}{2} AB$$

71 Della seguente figura sai che:

$$AP = 50 \text{ cm}; \quad AO = 125 \text{ cm}; \quad AC = 120 \text{ cm}.$$

a) I triangoli COA e BPA sono simili? Giustifica la tua risposta. [sì; per il 1° criterio]
b) Che tipo di quadrilatero è $OPBC$?
Calcola la misura della sua area.

[1 764 cm²]



Proprietà delle figure simili (altezze, perimetri, aree)

Teoria a pag. 735-G

Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

72 Metti una crocetta sulle scritture esatte.

a) Di due triangoli simili sai che h e h' sono le altezze corrispondenti, ℓ e ℓ' sono due lati corrispondenti qualsiasi e K è il rapporto di similitudine. Quali sono le risposte giuste?

a) $\frac{h}{h'} = K$; b) $\frac{h}{h'} = \frac{\ell}{\ell'}$; c) $\frac{h}{h'} = \frac{\ell'}{\ell}$.

b) Di due poligoni simili sai che $2p$ e $2p'$ sono i perimetri, ℓ e ℓ' sono due lati corrispondenti qualsiasi e K è il rapporto di similitudine. Quali sono le risposte giuste?

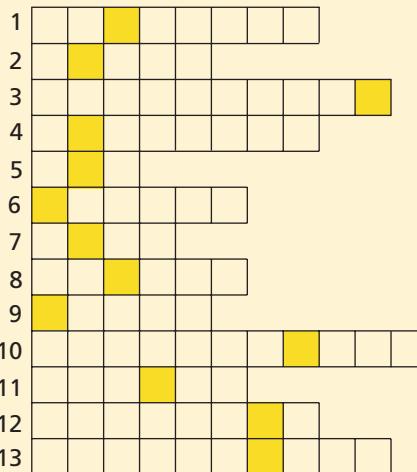
a) $\frac{2p}{2p'} = \frac{\ell'}{\ell}$; b) $\frac{2p}{2p'} = K$; c) $\frac{2p}{2p'} = \frac{\ell}{\ell'}$.

c) Di due poligoni simili sai che A e A_1 sono le aree, ℓ e ℓ_1 sono due lati corrispondenti qualsiasi e K è il rapporto di similitudine. Quali sono le risposte giuste?

a) $\frac{A}{A_1} = K$; b) $\frac{A}{A_1} = K^2$; c) $\frac{A}{A_1} = \frac{(\ell)^2}{(\ell_1)^2}$; d) $\frac{A}{A_1} = \frac{(\ell_1)^2}{(\ell)^2}$.

73 Qual è la frase nascosta? Scoprila completando il cruciverba e leggendo, nell'ordine, le lettere delle caselle colorate (la frase è formata da parole di 3, 2, 8 lettere).

1. In poligoni simili il rapporto tra i lati corrispondenti è...
2. Per due punti distinti dello spazio ne passa una sola.
3. Poligoni simili hanno gli angoli corrispondenti...
4. Le aree di due poligoni simili sono proporzionali ai... dei rispettivi lati.
5. In poligoni congruenti il rapporto di similitudine è uguale a...
6. Sono sempre simili.
7. Il rapporto tra i perimetri di due poligoni simili è uguale al rapporto tra i... corrispondenti.
8. La parallela al lato di un triangolo determina un triangolo... a quello del lato.
9. Per tre punti distinti dello spazio ne passa uno solo.
10. Due triangoli con due angoli congruenti hanno i lati in...
11. Quelli corrispondenti sono congruenti in poligoni simili.
12. Quelli regolari con lo stesso numero di lati sono simili.
13. Due triangoli che hanno i tre lati ordinatamente congruenti sono...



Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

Altezze dei triangoli simili

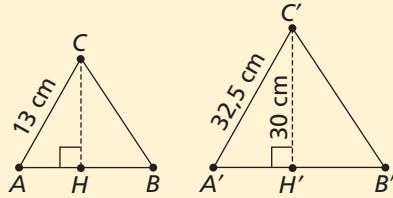
74 Trova quanto richiesto sapendo che i due triangoli sono simili.

$$ABC \sim A'B'C'$$

$$AC = 13 \text{ cm}$$

$$A'C' = 32,5 \text{ cm}$$

$$C'H' = 30 \text{ cm}$$



$$K = \frac{AC}{A'C'} = \dots$$

Calcola CH :

$$\dots$$

$\left[\frac{2}{5}; 12 \text{ cm} \right]$

75 Il triangolo scaleno ABC è simile al triangolo scaleno $A'B'C'$. Sai che il lato AB e il corrispondente $A'B'$ misurano rispettivamente 7 cm e 14 cm.

Se l'altezza $C'H'$ misura 12 cm, quant'è lunga l'altezza corrispondente CH ?

[6 cm]

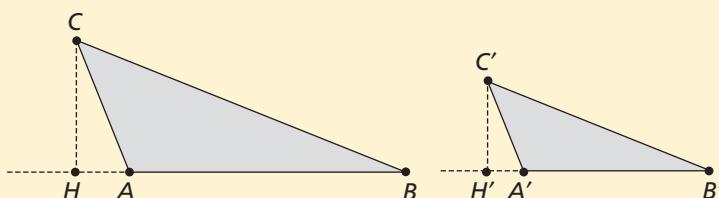
76 Il triangolo ABC è simile al triangolo $A'B'C'$.

Sai che $CH = 66 \text{ cm}$, $C'H' = 33 \text{ cm}$ e

$A'B' = 136 \text{ cm}$.

Qual è la misura di AB ?

[272 cm]



77 Il rapporto di similitudine tra i lati di due triangoli simili è 3.

Se l'altezza del secondo misura 3,8 cm, quant'è lunga l'altezza del primo?

[11,4 cm]

78 Disegna un triangolo $A'B'C'$ di altezza $C'H' = 5 \text{ cm}$ e simile al triangolo ABC avente il lato $AB = 6 \text{ cm}$ e l'altezza $CH = 4 \text{ cm}$.

79 Disegna un triangolo rettangolo avente i cateti di 8 cm e 6 cm.

Disegna poi un triangolo rettangolo simile al precedente. Traccia l'altezza relativa all'ipotenusa in entrambi i triangoli. Verifica che il rapporto tra le due altezze è uguale al rapporto di similitudine.

80 Nel triangolo isoscele MOL , il lato obliquo e l'altezza a esso relativa misurano rispettivamente 25 cm e 24 cm. Nel triangolo isoscele DER il lato obliquo misura 125 cm.

Quale deve essere la misura dell'altezza relativa al lato obliquo di DER affinché i due triangoli siano simili?

a) 12 dm;

b) 4,8 cm;

c) 120 dm.

81 Il perimetro e la base di un triangolo isoscele ABC misurano rispettivamente 6,4 dm e 2,4 dm. Calcola la misura dell'altezza di un triangolo isoscele simile al precedente sapendo che $K = \frac{5}{4}$. [1,28 dm]

82 Trova quanto richiesto sapendo che i due triangoli sono simili.

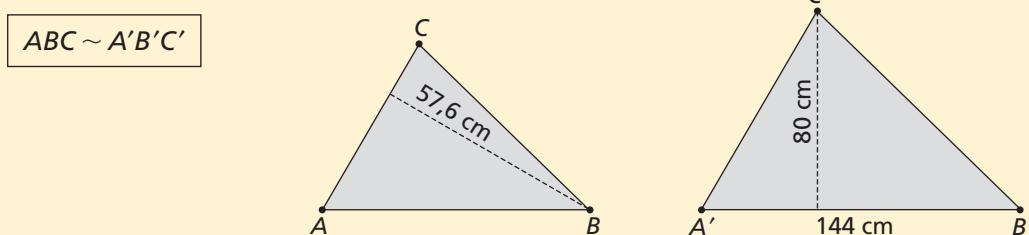
$ABC \sim A'B'C'$
 $AB = 102 \text{ cm}$
 $A'B' = 51 \text{ cm}$
 $CH = 24 \text{ cm}$
 $B'Q' = 24,48 \text{ cm}$

Calcola $C'H'$:
.....

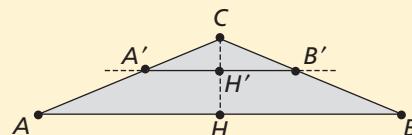
Calcola BQ :
.....

[12 cm; 48,96 cm]

83 Puoi calcolare la misura di AB ? Perché?



84 Osserva la figura accanto nella quale ABC è un triangolo isoscele in cui è stata tracciata la parallela $A'B'$ alla base AB . Calcola la misura delle altezze CH e $C'H'$ sapendo che le basi e l'altezza del trapezio $ABB'A'$ misurano rispettivamente 48 cm, 19,2 cm e 6 cm. $[CH = 10 \text{ cm}; C'H' = 4 \text{ cm}]$



(UN SUGGERIMENTO! Come sono i triangoli ABC e $A'B'C$?)

Perimetri dei poligoni simili

85 Su due poligoni hai le seguenti informazioni: sono simili, i perimetri del primo e del secondo sono rispettivamente $2p = 100 \text{ cm}$ e $2p' = 25 \text{ cm}$, il secondo ha il lato $\ell' = 15 \text{ cm}$.

a) Calcola il rapporto di similitudine K . [4]
b) Calcola la misura del lato corrispondente ℓ' del secondo poligono. [60 cm]

86 Il rettangolo ABC è simile al rettangolo $A'B'C'D'$. Sai che $AB = 18 \text{ cm}$, $A'B' = 6 \text{ cm}$ e $2p_{ABCD} = 60 \text{ cm}$. Calcola K e $2p_{A'B'C'D'}$. [3; 20 cm]

87 Il triangolo ABC è simile al triangolo DEF . Se $2p_{ABC} = 72 \text{ cm}$ e $2p_{DEF} = 27 \text{ cm}$, quant'è K ? $\left[\frac{8}{3} \right]$

88 Il parallelogrammo $ABCD$ è simile al parallelogrammo $A'B'C'D'$.

Sai che $2p_{ABCD} = 138 \text{ cm}$ e che $\frac{2p_{ABCD}}{2p_{A'B'C'D'}} = \frac{1}{3}$. Calcola la misura del perimetro del parallelogrammo $A'B'C'D'$. [414 cm]

89 Il rapporto di similitudine tra i lati di due parallelogrammi è $\frac{4}{9}$. Se il perimetro del secondo parallelogrammo misura 333 cm, quanto misura il perimetro del primo? [148 cm]

90 Il triangolo ABC è simile al triangolo $A'B'C'$. Le misure dei lati del triangolo ABC sono rispettivamente $AB = 12 \text{ m}$, $BC = 21 \text{ m}$, $AC = 15 \text{ m}$. Se K è 2, la misura dei lati del triangolo $A'B'C'$ è maggiore o minore di quella del triangolo ABC ? Giustifica la tua risposta, poi calcola la misura del perimetro dei due triangoli. [48 m; 24 m]

91 In un triangolo isoscele la base misura 90 cm e l'altezza a essa relativa 24 cm. Calcola la lunghezza del perimetro di un triangolo simile al precedente, sapendo che il suo lato obliquo misura 76,5 cm. [288 cm]

92 Due triangoli simili hanno le altezze corrispondenti h e h' rispettivamente l'una il doppio dell'altra. Se il perimetro del secondo triangolo misura 27 cm, sei in grado di calcolare la misura del perimetro del primo? Giustifica la risposta. [sì; $2p = 54$ cm]

93 Un triangolo isoscele ha l'angolo al vertice di 120° e il lato obliquo misura 10 cm. Tale triangolo può essere simile a un triangolo isoscele avente il lato obliquo lungo 15 cm e l'angolo alla base di 30° ? Giustifica la tua risposta. Calcola il perimetro e l'area di entrambi i triangoli. [37,32 cm; 55,98 cm; $43,30 \text{ cm}^2$; $97,42 \text{ cm}^2$]

94 Il rapporto tra le misure dei perimetri di due quadrati è $\frac{7}{8}$. Qual è il rapporto tra le misure delle loro diagonali? Giustifica la risposta. $\left[\frac{7}{8} \right]$

95 Di due esagoni regolari sai che il primo ha $2p = 48$ cm e il secondo ha $2p' = 54$ cm. Il rapporto tra i raggi delle circonferenze inscritte è uguale al rapporto tra i perimetri? Giustifica la risposta.

Arene dei poligoni simili

96 Il rapporto tra le aree di due poligoni simili è 1. Quant'è il rapporto di similitudine K ? Come sono tra di loro i due poligoni? [K = 1; congruenti]

97 Su due poligoni hai le seguenti informazioni: sono simili, $\frac{A}{A'} = \frac{4}{49}$ e $A = 40 \text{ cm}^2$. Calcola A' . [490 cm²]

98 Di due poligoni simili sai che $K = \frac{1}{3}$, l'area del primo poligono è 49 cm². Calcola K^2 e la misura dell'area del secondo poligono. $\left[\frac{1}{9}; 441 \text{ cm}^2 \right]$

99 Due poligoni sono simili ed hanno i lati corrispondenti $AB = 15$ mm e $A'B' = 9$ mm.

- Quant'è il rapporto di similitudine K ?
- Quant'è K^2 ?
- Quant'è il rapporto tra l'area A del primo poligono e l'area A' del secondo poligono?
- Quant'è la misura di A se $A' = 27$ mm²?

$$\left[\frac{5}{3}; \frac{25}{9}; \frac{25}{9}; 75 \text{ mm}^2 \right]$$

100 In due poligoni simili $K^2 = \frac{25}{4}$. Se il poligono minore ha l'area di 64 dm^2 , quant'è l'area dell'altro poligono? [400 dm²]

101 Su due rettangoli $ABCD$ e $A'B'C'D'$ hai le seguenti informazioni: sono simili; $K^2 = \frac{4}{81}$; il lato AB del primo poligono misura 48 cm.

Calcola:
a) quanto vale K ;
b) la misura di $A'B'$.
$$\left[K = \frac{2}{9}; 216 \text{ cm} \right]$$

$$\left(\text{RICORDA! } K = \frac{AB}{A'B'}; \text{ sostituisci i valori di } K \text{ e } AB, \text{ trasforma in proporzione e ricava la misura di } A'B'. \right)$$

102 Su due poligoni hai le seguenti informazioni: sono simili, l'area del primo misura 180 cm² e l'area del secondo misura 20 cm².

- Calcola quanto vale K . [K = 3]
- Calcola la misura di $A'B'$ sapendo che il lato corrispondente del primo poligono misura 15 cm. [5 cm]

103 Quant'è il rapporto di similitudine tra i lati di due pentagoni simili se il rapporto tra le misure delle aree del primo e del secondo è $\frac{36}{49}$? Quant'è il perimetro del primo se quello del secondo misura 154 cm?

$$\left[\frac{6}{7}; 132 \text{ cm} \right]$$

104 Siano ABC e DEF due triangoli simili. Se $\frac{A_{ABC}}{A_{DEF}} = \frac{1}{64}$ quant'è il rapporto tra le misure di due altezze corrispondenti?

$$\left[\frac{1}{8} \right]$$

105 Qual è la risposta giusta?

L'altezza relativa alla base di un triangolo isoscele misura 15 cm, quella relativa al lato obliquo di un triangolo simile al precedente misura 30 cm.

Il rapporto tra le misure delle rispettive aree:

[a] è $\frac{1}{2}$; [b] è $\frac{1}{4}$;

[c] non si può calcolare.

Giustifica la tua scelta.

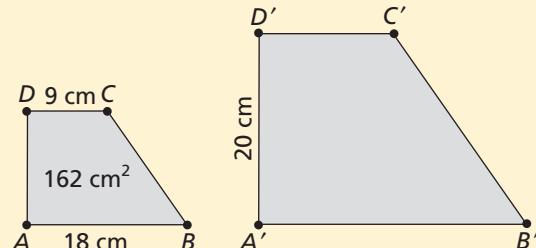
106 In un trapezio rettangolo la base minore misura 9 cm, la base maggiore 18 cm e l'area 162 cm^2 .

Il trapezio rettangolo $ABCD$ è simile al trapezio rettangolo $A'B'C'D'$.

Sai che $D'A' = 20 \text{ cm}$.

Calcola il rapporto di similitudine K , la misura del perimetro di $A'B'C'D'$ e dell'area di $A'B'C'D'$.

$$\left[\frac{3}{5}; 90 \text{ cm}; 450 \text{ cm}^2 \right]$$



107 Nel rombo $ABCD$, il perimetro e la distanza tra i lati paralleli misurano rispettivamente 1 m e 24 cm. Calcola la misura dell'area di un rombo simile ad $ABCD$ e avente il perimetro di 48 cm. $[138,24 \text{ cm}^2]$

108 Due trapezi sono simili. Sai che K tra due trapezi è $\frac{3}{2}$ e la somma delle misure delle loro aree è 3198 cm^2 .

Quant'è la misura dell'area di ciascun trapezio?

$$[2214 \text{ cm}^2; 984 \text{ cm}^2]$$

109 Due poligoni sono simili ed hanno $K = \frac{5}{3}$. Qual è la misura dell'area di ciascuno, se la loro differenza è 240 cm^2 ?

$$[375 \text{ cm}^2; 135 \text{ cm}^2]$$

110 Esegui quanto segue.

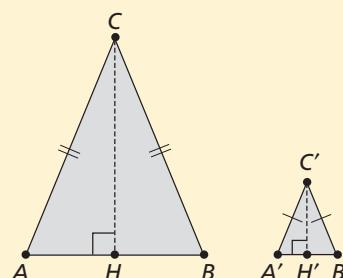
a) Scrivi il testo del seguente problema:

$$ABC \sim A'B'C'$$

$$AB = 15 \text{ cm}$$

$$CH = 18 \text{ cm}$$

$$C'H' = 6 \text{ cm}$$



$$A_{A'B'C'} = ?$$

b) Per esercitarsi, il tuo compagno di banco risolve il precedente problema ma si trova in difficoltà. Aiutalo a trovare l'errore.

$$K = \frac{CH}{C'H'} = \frac{18}{6} = \frac{3}{1}$$

$$A_{ABC} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{15 \cdot 18}{2} = 135 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_{ABC}}{A_{A'B'C'}} = \frac{3}{1}$$

$$A_{ABC} : A_{A'B'C'} = 3 : 1$$

$$135 : A_{A'B'C'} = 3 : 1$$

$$A_{A'B'C'} = \frac{135 \cdot 1}{3} = 45 \text{ cm}^2$$

111 In una circonferenza di centro O e raggio di 34 cm è inscritto un triangolo rettangolo ABC .

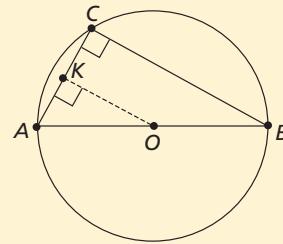
Sai che la distanza di O dal cateto minore è 30 cm.

a) Com'è il triangolo AOK rispetto al triangolo ABC ? Perché?

[simile]

b) Calcola le misure dell'area e del perimetro del triangolo ABC .

[960 cm²; 160 cm]



112 L'ipotenusa BC e il cateto maggiore AB del triangolo rettangolo ABC misurano rispettivamente 90 cm e 72 cm.

Il segmento DE , parallelo al cateto AB , incontra AC nel punto D e dista, dal vertice C , 30 cm. Calcola le misure del perimetro e dell'area di DEC e di $ABED$.

[120 cm; 600 cm²; 176 cm; 1344 cm²]

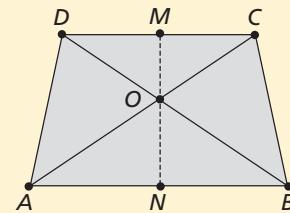
113 Il trapezio isoscele $ABCD$ ha le basi e l'altezza lunghe rispettivamente 36 cm, 48 cm e 28 cm.

a) Considera i triangoli ABO e DOC e dimostra che sono simili.

b) Calcola il rapporto tra la misura dei perimetri dei triangoli ABO e DOC .

c) Calcola il rapporto tra la misura delle aree dei triangoli ABO e DOC .

d) Calcola la misura della distanza tra il punto O e ciascuna base.



[b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{9}{16}$; d) 12 cm; 16 cm]

114 Due corde AB e CD di una circonferenza si incontrano nel punto E .

Sai che $AE = 36$ cm, $EB = 27$ cm e $EC = 18$ cm.

Calcola la misura di ED .

[54 cm]

I teoremi di Euclide

Teoria a pag. 742-G

Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

115 Cosa dice il primo teorema di Euclide? E il secondo? A quali triangoli si applicano i teoremi di Euclide?

116 Nell'insieme di lettere riportato, sono nascosti i termini che completano le affermazioni. Cancellali con la matita. Le lettere rimaste, prese di seguito nell'ordine, daranno l'enunciato di un famoso teorema di Talete.

- In un triangolo ... l'... relativa all'... forma i ... di una proporzione in cui gli estremi sono le ... dei cateti sull'ipotenusa.
- In un ... rettangolo ogni ... è ... proporzionale tra l'ipotenusa e la ... del cateto sull'ipotenusa.
- Due triangoli sono simili se hanno tre lati ...

(ATTENZIONE! I termini sono scritti in orizzontale, verticale, obliqui.)

I	U	N	C	A	T	E	T	O	F	A	S	C
I	N	O	I	P	O	T	E	N	U	S	A	P
D	I	P	T	R	E	T	T	E	P	A	R	R
A	L	L	R	E	T	T	A	N	G	O	L	O
E	L	E	I	O	T	A	G	A	L	I	A	I
T	O	D	A	A	P	D	U	L	E	T	R	E
A	S	V	N	E	R	O	S	T	M	A	L	Z
I	D	E	G	T	E	R	R	E	M	I	N	I
A	S	U	O	Q	U	E	D	Z	S	T	E	O
S	E	G	L	M	E	I	N	Z	I	T	I	N
D	I	R	O	E	T	T	A	A	M	O	E	I
M	E	D	I	O	N	T	E	P	R	O	N	P
P	R	O	I	E	Z	I	O	N	E	O	R	E
Z	I	O	N	A	L	I						

Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

117 Traduci in simboli (aiutati con un disegno). Nel triangolo rettangolo LMN , retto in \widehat{L} , l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le due parti in cui l'ipotenusa viene divisa dal piede dell'altezza relativa.

118 Sul triangolo rettangolo ABC hai le seguenti informazioni: il cateto maggiore BC misura 20 cm e la sua proiezione HB sull'ipotenusa 16 cm.

Calcola le misure dell'ipotenusa AB e del perimetro del triangolo.

[25 cm; 60 cm]

119 Nel triangolo rettangolo ABC l'altezza relativa all'ipotenusa divide l'ipotenusa stessa in due parti di cui la minore misura 54 cm.
Calcola le misure dei cateti del triangolo sapendo che l'ipotenusa misura 150 cm. [90 cm; 120 cm]

120 In un triangolo rettangolo ABC un cateto e l'ipotenusa misurano rispettivamente 60 cm e 75 cm.
Calcola la misura di ciascuna delle due parti in cui l'ipotenusa viene divisa dall'altezza relativa a essa. [27 cm; 48 cm]

121 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa è lunga 25 dm e viene divisa dall'altezza relativa a essa in due parti, una delle quali misura 16 dm.
Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa e la misura dell'area del triangolo. [12 dm; 150 dm²]

122 In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa misura 24 cm. Calcola la misura della proiezione di un cateto sull'ipotenusa e la misura dell'ipotenusa sapendo che la proiezione dell'altro cateto è 18 cm. [32 cm; 50 cm]

123 Calcola la misura del perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'altezza relativa all'ipotenusa è 3 dm e la proiezione del cateto maggiore è 40 cm. [15 dm]

124 Calcola la misura del perimetro di un triangolo rettangolo che ha l'area di 24 cm², l'altezza relativa all'ipotenusa di 4,8 cm e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa di 6,4 cm. (Risolvi il problema usando i teoremi di Euclide.) [24 cm]

125 In un triangolo rettangolo la proiezione di un cateto, lungo 200 dm, sull'ipotenusa misura 160 dm. Calcola la misura del perimetro del triangolo e quella di un triangolo simile che ha l'altezza relativa all'ipotenusa di 45 dm. [600 dm; 225 dm]

126 In una circonferenza di centro O e diametro $AB = 6$ cm è inscritto un triangolo ABC . Se la proiezione della corda AC sul diametro misura 3,84 cm, qual è la misura dell'area del triangolo? [8,64 cm²]

127 Scrivi il testo del seguente problema e poi risolvilo.

$AB + DC = 64$ cm

$AB = \frac{25}{7} DC$

$2p_{ABCD} = ?$

$A_{ABCD} = ?$

[124 cm; 768 cm²]

128 Di un trapezio rettangolo hai le seguenti informazioni: la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo, la base minore misura 72 cm e la sua proiezione sulla diagonale minore 57,6 cm.
Calcola le misure dell'area e del perimetro del trapezio. [4 981,5 cm²; 306 cm]

129 Nel rombo $ABCD$, OH è l'apotema relativo al lato BC , il perimetro misura 60 cm e CH supera HB di 4,2 cm.
Calcola la misura dell'area di un rombo $DEFG$ simile al precedente e con il perimetro di 48 cm. [69,12 cm²]

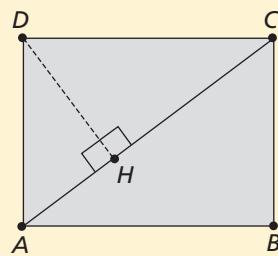
130 In un triangolo rettangolo ABC , l'altezza relativa all'ipotenusa misura 48 cm e lo divide in due triangoli di cui il minore ha l'area di 864 cm².
Calcola la misura del perimetro del triangolo ABC , il rapporto di similitudine tra l'area del triangolo ABC e l'area del maggiore dei due triangoli in cui ABC risulta diviso.

$$\left[240 \text{ cm}; K = \frac{25}{16} \right]$$

131 Il pentagono $ABCDE$ è formato dal quadrato $ABCD$ di area 30 625 cm² e dal triangolo rettangolo ADE la cui altezza EH divide l'ipotenusa AD in due parti inversamente proporzionali a $\frac{1}{9}$ e $\frac{1}{16}$.
Calcola la misura del perimetro del pentagono. [770 cm]

132 Osserva la figura.

a) Calcola le dimensioni del rettangolo $ABCD$ sapendo che $AH = 5,4$ cm e $HC = 9,6$ cm. [12 cm; 9 cm]
 b) Dal vertice B traccia la distanza ad AC e chiamala BK . Unisci K con D e H con B . Calcola la misura della diagonale HK e il perimetro del quadrilatero $DHBK$. [4,2 cm; 31 cm]



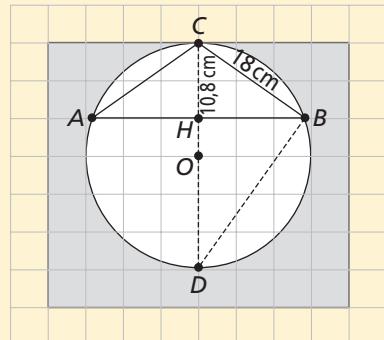
133 Calcola le misure del perimetro e dell'area di un trapezio isoscele che ha le diagonali perpendicolari ai lati obliqui, l'altezza di 24 cm e il lato obliquo di 30 cm. [124 cm; 768 cm²]

134 Un rombo che ha la diagonale minore di 15 cm è circoscritto a una circonferenza di diametro 12 cm. Calcola la misura del perimetro e la misura dell'area del rombo. [50 cm; 150 cm²]

135 Un triangolo isoscele ottusangolo è inscritto in una circonferenza di centro O .

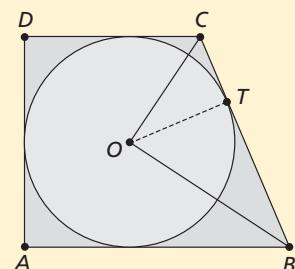
a) Calcola la misura della lunghezza del raggio della circonferenza sapendo che ciascun lato obliquo del triangolo è 18 cm e l'altezza relativa alla base è 10,8 cm. [15 cm]
 b) Verifica che il risultato della seguente espressione, espresso in cm, è uguale alla misura del raggio:

$$\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{35}{108} + \frac{56}{4} \cdot \frac{3}{98}} \cdot \sqrt{\frac{6^3 \cdot 5^3 \cdot 30^2 - 5}{1,2 - \frac{3}{40} \cdot \frac{3}{8}}}$$



136 Del trapezio rettangolo $ABCD$ sai che BC misura 100 cm e viene diviso dal raggio della circonferenza inscritta in due parti proporzionali a 9 e 16.

a) Calcola la misura dell'apotema del trapezio. [48 cm]
 b) Calcola le misure dell'area e della base minore del trapezio. [9 408 cm²; 84 cm]



137 Quali teoremi possono essere espressi dalle seguenti formule?

a) $BC^2 = AB \cdot BH$. b) $AB^2 = BC^2 + AC^2$. c) $CH^2 = AH \cdot BH$.

138 Traduci le relazioni a), b) e c) dell'esercizio precedente nel linguaggio verbale geometrico.

La rappresentazione in scala

Teoria a pag. 750-G

Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

139 Completa le frasi inserendo i termini elencati poi scrivile sul tuo quaderno: *scala, distanza reale, similitudine, 100 cm, 1 cm, distanza grafica, 1 cm, 100 cm, riduzione, ingrandimento*.

a) Nella rappresentazione in scala, la rappresentazione e la figura reale sono

b) Il rapporto di similitudine si chiama

c) Scala = (.....) : (.....).

d) La scala 1 : 100 significa che del disegno è uguale a nella realtà; la scala 100 : 1 significa che del disegno sono uguali a nella realtà.

e) La scala 1 : n indica una , la scala n : 1 un della figura reale.

140 Rispondi alle seguenti domande sul quaderno.

- Che cos'è una rappresentazione in scala? Quando si usa?
- Scrivi che cos'è la scala in matematica.
- Cosa significa scala $1:350$? Cosa significa scala $350:1$? Qual è la differenza tra le due scale?
- Quando si usa la scala $1:n$?
- Quando si usa la scala $n:1$?
- Fai qualche esempio di rappresentazione in scala $1:n$ e qualche esempio di rappresentazione in scala $n:1$.

Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

141 Ricopia sul quaderno e completa la tabella.

Scala	Significa che...	Misura lineare nel disegno	Proporzione	Misura corrispondente nella realtà
$1:20$	1 cm nel disegno corrisponde a 20 cm nella realtà	15 cm	$1:20 = 15:x$	$x = \dots$ cm
$1:500$	20 cm	$x = \dots$ cm
$1:150\,000\,000$	14 cm	$x = \dots$ cm
$1:100$	$y = \dots$ cm	$1:100 = y:5\,000$	5 000 cm
$1:300\,000$	$y = \dots$ cm	2 500 cm
$1:1\,000\,000$	$y = \dots$ cm	42 500 cm

142 Ricopia sul quaderno e completa la tabella.

Scala	Significa che...	Misura lineare nel disegno	Proporzione	Misura corrispondente nella realtà
$50:1$	50 cm nel disegno corrispondono a 1 cm nella realtà	2 cm	$50:1 = 2:x$	$x = \dots$ cm
$300:1$	1 cm
$1\,000:1$	0,5 cm

143 Ricopia sul quaderno e completa le tabelle.

Scala	Misura lineare nel disegno	Misura corrispondente nella realtà
$1:15$	8 cm cm
$1:800$	4 cm cm
$1:50$ cm	100 cm

Scala	Misura lineare nel disegno	Misura corrispondente nella realtà
$1\,800:1$	3 cm cm
$500:1$	0,004 cm
.....	0,8 cm	0,0008 cm

144 Il rapporto tra le aree di due figure in scala $1:n$ è:

a) $1:n$; b) $1^2:n^2$, cioè $1:n^2$.

145 Il segmento AB misura 120 cm. Disegnalo sul tuo quaderno in scala.

a) 1:10. b) 1:100. c) 1:30. d) 1:50.

146 La distanza tra due punti A e B è 2 040 cm. Disegna AB sul tuo quaderno in scala.

a) 1:80. b) 1:100. c) 1:200. d) 1:1 000.

147 La distanza tra due località P e Q è di 150 km.

Rappresenta questa distanza sul tuo quaderno in scala.

a) 1:1 000 000. b) 1:25 000 000.

148 Il segmento AB misura 0,4 cm. Disegnalo sul tuo quaderno in scala.

a) 1:1. b) 10:1. c) 30:1.

149 La distanza tra due punti A e B è 0,003 cm. Rappresenta questa distanza sul tuo quaderno in scala.

a) 500:1. b) 8 000:1.

150 La distanza tra i due poli di una cellula è 0,9 μ . Rappresenta questa distanza sul tuo quaderno in scala.

a) 12 000:1. b) 1 620:1.

151 Disegna su carta millimetrata la pianta della tua camera da letto in scala 1:200.

152 Una classe deve visitare Roma. La prof. deve scegliere la cartina più conveniente della città. In quale scala la prenderà?

a) 1:3 000 000. b) 1:70. c) 1:250. d) 1:10 000.

153 Un terreno rettangolare, lungo 800 m e largo 150 m, ha su una mappa catastale le dimensioni di 16 cm e 3 cm. Qual è la scala della mappa?

154 Ricava da una cartina in scala 1:1 000 000 la distanza reale tra due città A e B a piacere, seguendo i suggerimenti.

a) Misura con un righello la distanza tra la città A e la città B , in cm.
b) La scala 1:1 000 000 riportata sulla carta indica che 1 cm sul disegno nella realtà misura cm.
Imposta la proporzione:

$1:1\,000\,000 = (\text{distanza sulla carta}) : \text{distanza reale}$; sostituisci la misura che conosci.

c) Risolvi la proporzione.
d) La distanza reale, in cm, tra A e B è
e) Trasforma questa distanza in km.

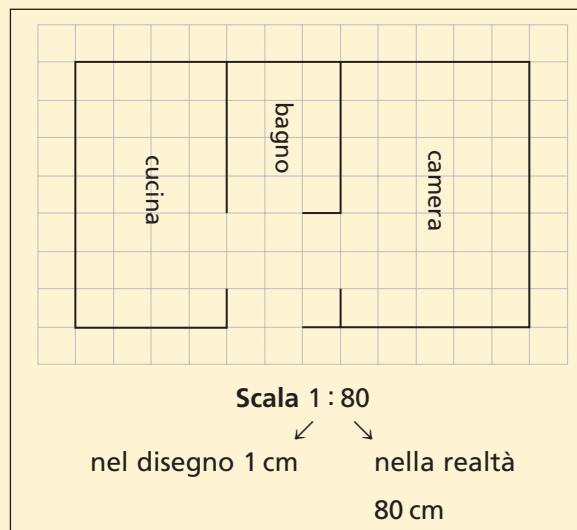
155 Quanti chilometri separano Varese da Como...

a) Su una cartina stradale in scala 1:250 000?
b) E su una cartina stradale in scala 1:1 000 000?
c) Quale delle due scale ti dà un valore che si avvicina di più a quello reale?

156 Esegui.

■ a) Ricava dalla pianta dell'appartamento, riprodotta accanto, le seguenti misure in cm:

Camera	$\left\{ \begin{array}{l} \text{lunghezza sul disegno} \\ \text{lunghezza reale} \\ \text{larghezza sul disegno} \\ \text{larghezza reale} \end{array} \right.$
Cucina	$\left\{ \begin{array}{l} \text{lunghezza sul disegno} \\ \text{lunghezza reale} \\ \text{larghezza sul disegno} \\ \text{larghezza reale} \end{array} \right.$
Bagno	$\left\{ \begin{array}{l} \text{lunghezza sul disegno} \\ \text{lunghezza reale} \\ \text{larghezza sul disegno} \\ \text{larghezza reale} \end{array} \right.$



■ b) Prendi in esame la pianta del punto a) e trova quanto richiesto.

	Sul disegno	Nella realtà	Rapporto tra la misura dell'area sul disegno e nella realtà
Misura area camera cm ² cm ²
Misura area cucina cm ² cm ²
Misura area bagno cm ² cm ²
Misura area appartamento cm ² cm ²

c) Calcola quanti m² di moquette servono per ricoprire il pavimento della camera.
 d) Calcola quante piastrelle quadrate di 20 cm × 20 cm occorrono per ricoprire il pavimento della cucina. [112]
 e) Riproduci la pianta dell'appartamento in scala 1 : 20 e in scala 1 : 50.

157 Il modellino di un'auto è nel rapporto di similitudine di 1 : 30 con l'auto reale. Che cosa significa? Se il modellino è lungo 12 cm, quanti metri è realmente lunga l'auto? [3,60 m]

158 Durante una lezione di scienze osservi al microscopio un paramecchio, protozoo della classe dei ciliati. Se l'ingrandimento è di 100 volte e la sua immagine al microscopio è lunga 4 mm, quant'è lungo nella realtà il paramecchio? [0,04 mm]

159 Traccia una semiretta di origine O. Supponi che in O vi sia il nostro Sole. A partire dal Sole, individua la posizione dei pianeti in scala (scegli tu la scala opportuna).

	Mercurio	Venere	Terra	Marte	Giove	Saturno	Urano	Nettuno	Plutone
Distanza media dal Sole (milioni di km)	57,9	108,2	149,6	227,9	778,3	1 427	2 869,6	4 496,6	5 900

160 Riproduci i seguenti poligoni sul quaderno, nelle scale richieste.

a) Un rettangolo avente i lati lunghi 240 cm e 320 cm, in scala 1 : 200.
 b) Un quadrato che ha il lato di 9000 m, in scala 1 : 225 000.
 c) Un trapezio rettangolo avente base maggiore = 70 cm, base minore = 40 cm, altezza = 40 cm e lato obliquo 50 cm, in scala 1 : 10.
 d) Un triangolo rettangolo che ha i cateti di 0,6 cm e 0,8 cm, in scala 15 : 1.
 e) Un cerchio che ha il raggio di 0,05 cm, in scala 60 : 1.
 f) Un rombo che ha le diagonali di 0,72 mm e 0,54 mm, in scala 250 : 1.

161 La scala di una mappa è 1 : 800.

a) 1 cm² sulla mappa, a quanti cm² corrisponde nella realtà? A quanti m²?
 b) 10 cm² sulla mappa, a quanti m² corrispondono nella realtà?

L'omotetia: un caso particolare della similitudine

Teoria a pag. 752-G

Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE**162** Completa le frasi inserendo i seguenti termini: *similitudine, corrispondenti, parallele, centro, caratteristica, diretta, inversa*.

a) L'omotetia è una in cui le rette rimangono
 b) Gli elementi che caratterizzano una omotetia sono il e la
 c) Un'omotetia in cui i punti corrispondenti delle due figure si trovano dalla stessa parte si dice
 d) Un'omotetia in cui i punti corrispondenti delle due figure si trovano da parti opposte si dice

163 Rispondi alle seguenti domande sul tuo quaderno dopo avere studiato.

a) Che cos'è un'omotetia? Quando un'omotetia è diretta? Quando inversa?
 b) Che cos'è il centro dell'omotetia?
 c) Che cos'è il rapporto di omotetia? Quale altro nome ha?
 d) Cosa puoi dire sugli angoli corrispondenti in due poligoni omotetici? E sui lati?

164 Metti una crocetta su (VERO) o (FALSO). Correggi le affermazioni false e rendile vere.

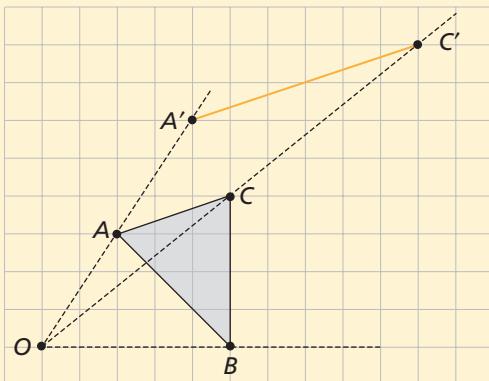
V F CORREGGI

a) L'omotetia è una trasformazione geometrica.
 b) Due figure congruenti sono sempre omotetiche.
 c) Due figure simili sono sempre omotetiche.
 d) Due figure omotetiche sono sempre simili.
 e) Una omotetia inversa con $K = 1$ è una identità.

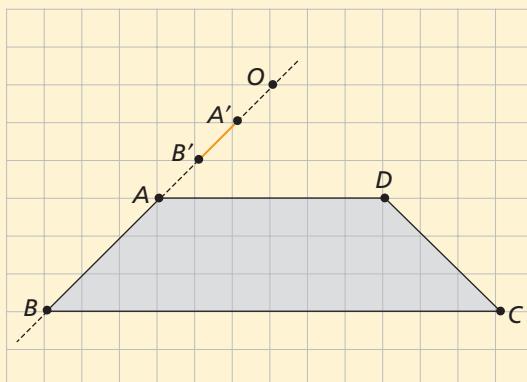
V	F	CORREGGI
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Esercizi per sviluppare le ABILITÀ**165** Ricopia ciascuna figura sul tuo quaderno ed esegui quanto richiesto.

a) Completa il disegno del triangolo $A'B'C'$, figura corrispondente al triangolo ABC nell'omotetia diretta di centro O e caratteristica 2.

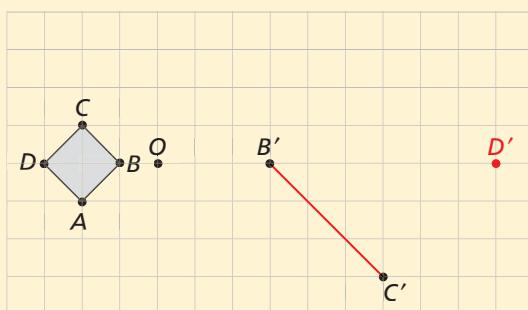


b) Completa il trapezio $A'B'C'D'$, nell'omotetia diretta di centro O e caratteristica $\frac{1}{3}$.

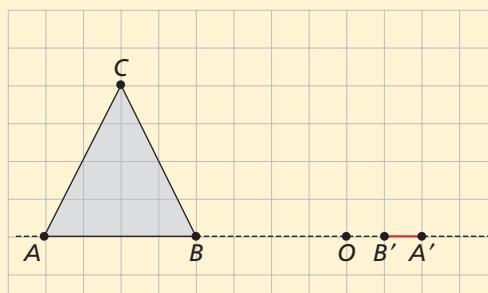


166 Ricopia ciascuna figura sul tuo quaderno ed esegui quanto richiesto.

a) Completa il quadrilatero $A'B'C'D'$, nell'omotetia inversa di centro O e $K = 3$.



b) Completa il triangolo $A'B'C'$ nell'omotetia inversa di centro O e $K = \frac{1}{4}$.



167 Disegna un rettangolo $ABCD$, fissa un punto O fuori del rettangolo. Disegna il rettangolo $A'B'C'D'$, figura corrispondente nell'omotetia diretta di centro O e caratteristica 4.

168 Disegna un rettangolo $ABCD$ che ha AB di 6 cm e BC di 3 cm. Costruisci la figura corrispondente nell'omotetia diretta che ha centro in A e caratteristica $\frac{2}{3}$. A che cosa appartengono i punti A , A' , C e C' ?

169 Disegna un parallelogrammo e fissa un punto O esterno a esso. Disegna la figura corrispondente nell'omotetia inversa di centro O e caratteristica 2.

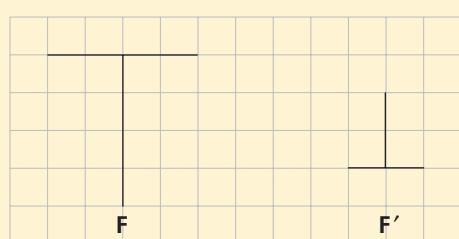
170 Disegna un triangolo rettangolo avente i cateti di 10 cm e 5 cm. Fissa un punto O esterno al triangolo e costruisci la figura corrispondente nell'omotetia inversa di centro O e caratteristica $\frac{1}{5}$.

171 Disegna un quadrato e fissa un punto O fuori da esso.

a) Costruisci la figura corrispondente nell'omotetia diretta di centro O e caratteristica 1. Cosa puoi dire di questa omotetia?
 b) Costruisci la figura corrispondente nell'omotetia inversa di centro O e caratteristica 1. Che tipo di figura ottieni? Quale particolare trasformazione isometrica lega le due figure?

172 Osserva le figure e metti una crocetta sulla risposta esatta.

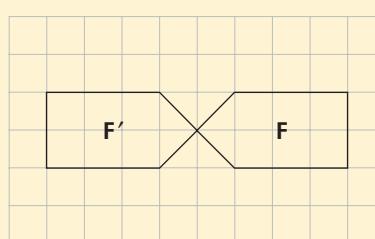
1)



F e F' :

a) sono omotetiche;
 b) non sono omotetiche.

2)



F e F' :

a) sono omotetiche;
 b) non sono omotetiche.

173 Trova il centro di ciascuna coppia omotetica dell'esercizio precedente, specifica se l'omotetia è diretta o inversa e scrivi quant'è il rapporto di omotetia.

174 Disegna un quadrato Q di lato 15 mm. Costruisci poi il corrispondente Q' nell'omotetia inversa che ha centro in uno dei vertici di Q e caratteristica $\frac{4}{3}$, poi rispondi alle domande.

a) Quanto vale $\frac{2p'}{2p}$?

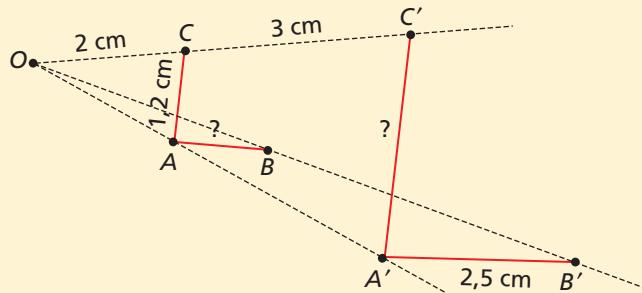
b) Quanto vale $\frac{A'}{A}$?

$$\left[\frac{4}{3}; \frac{16}{9} \right]$$

175 Osserva la figura a fianco e calcola la misura dei segmenti AB e $A'C'$.

$OC = 2 \text{ cm}$
 $CC' = 3 \text{ cm}$
 $AC = 1,2 \text{ cm}$
 $A'B' = 2,5 \text{ cm}$

$[AB = 1 \text{ cm}; A'C' = 3 \text{ cm}]$



176 Il rettangolo $ABCD$ ha il perimetro di $5,4 \text{ dm}$. Il rettangolo $A'B'C'D'$, corrispondente di $ABCD$ nell'omotetia inversa di centro O , ha il perimetro di $3,6 \text{ dm}$.
Calcola la distanza del vertice A' dal centro O sapendo che A dista 9 cm da O .

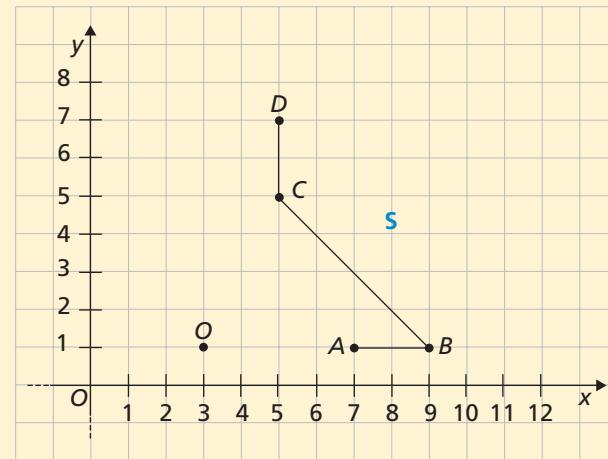
[6 cm]

177 Nel diagramma cartesiano vi è una spezzata S . Copialo sul tuo quaderno ed esegui quanto si richiede.

a) Disegna la spezzata S' , corrispondente di S nell'omotetia diretta di centro O e caratteristica $K = 2$.
b) Scrivi le coordinate di A' , B' , C' , D' .

178 Copia la figura dell'esercizio precedente ed esegui quanto richiesto.

a) Disegna la spezzata S'' , corrispondente di S nell'omotetia diretta di centro O e caratteristica $K = \frac{1}{2}$.
b) Scrivi le coordinate di A'' , B'' , C'' , D'' .



179 In un diagramma cartesiano disegna il poligono P di vertici $A(3 ; 3)$, $B(4 ; 4)$, $C(3 ; 5)$, $D(2 ; 4)$ e il poligono P' che ha coordinate $A'(11 ; 7)$, $B'(8 ; 4)$, $C'(11 ; 1)$, $D'(14 ; 4)$.

a) P e P' si corrispondono in un'omotetia diretta o inversa? [inversa]
b) Scrivi le coordinate del centro di omotetia e quant'è la caratteristica dell'omotetia. [(5 ; 4); $K = 3$]

180 Disegna il poligono P di vertici $A(0 ; 0)$, $B(6 ; 6)$, $C(6 ; 12)$, $D(0 ; 6)$. Disegna poi il suo corrispondente P' nell'omotetia diretta di centro $A(0 ; 0)$ e $K = \frac{1}{3}$. Scrivi le coordinate dei vertici di P' .

181 In un riferimento cartesiano disegna il poligono Q di vertici $A(1 ; -2)$, $B(1 ; -4)$, $C(6 ; -2)$, $D(4 ; 0)$ e Q' di vertici $A'(3 ; -6)$, $B'(3 ; -12)$, $C'(18 ; -6)$, $D'(12 ; 0)$.

a) Quale omotetia fa corrispondere i due poligoni? [diretta]
b) Scrivi le coordinate del centro e il valore della caratteristica. [$O(0 ; 0)$; $K = 3$]

182 In un diagramma cartesiano disegna il poligono Q di vertici $A(0 ; 0)$, $B(8 ; 0)$, $C(8 ; 8)$, $D(0 ; 8)$.

a) Disegna il suo corrispondente Q' nell'omotetia diretta di centro D e $K = \frac{3}{8}$. Scrivi le coordinate dei suoi vertici.
b) Disegna Q'' , corrispondente di Q nell'omotetia inversa di centro D e $K = \frac{3}{8}$. Scrivi le coordinate dei suoi vertici.
c) Q' e Q'' sono legati da omotetia? Se sì, qual è? Quant'è K ? [inversa; $K = 1$]