

## Altri solidi

### Il tronco di piramide e il tronco di cono

Teoria a pag. 990-G

#### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

**1** Completa la frase.

Un tronco di piramide è .....

**2** Quando un tronco di piramide è retto?

**3** Completa la frase.

Un tronco di cono è .....

**4** Completa la frase.

Se il cono tagliato da un piano parallelo alla base è retto, allora si ottiene un tronco di cono .....

**5** Segna con una crocetta la risposta esatta.

1) La distanza tra le due basi di un tronco di piramide prende il nome di:

☐ a) altezza;      ☐ b) apotema;      ☐ c) spigolo laterale.

2) L'altezza di ciascuna faccia laterale è per il tronco di piramide:

☐ a) altezza;      ☐ b) apotema;      ☐ c) spigolo laterale.

**6** Rispondi alle domande.

- Cosa rappresenta la distanza tra i due cerchi di base di un tronco di cono?
- Cosa rappresenta per il tronco di cono l'altezza della sua superficie laterale?

#### Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

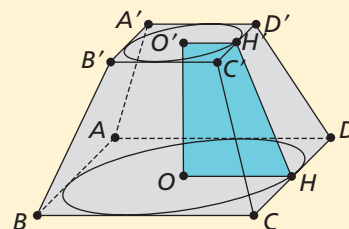
**7** Disegna un tronco di piramide.

**8** Disegna un tronco di piramide quadrangolare regolare.

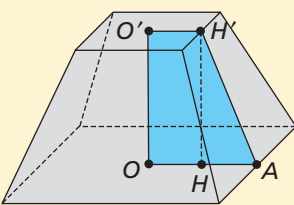
**9** Osserva la figura e completa.

Nel tronco di piramide:

- l'altezza è .....
- l'apotema è .....
- uno spigolo di base è .....
- uno spigolo laterale è .....



**10** Completa la tabella.

	$HH'$ (cm)	$HA$ (cm)	$H'A$ (cm)	$O'H'$ (cm)	$OA$ (cm)
	8	6	.....	15	.....
	.....	.....	65	32	57
	48	.....	52	.....	84

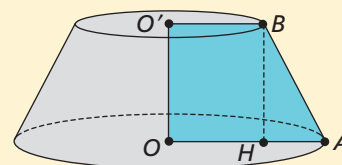
**11** Disegna un tronco di cono.

**12** Disegna un tronco di cono alto 6 cm.

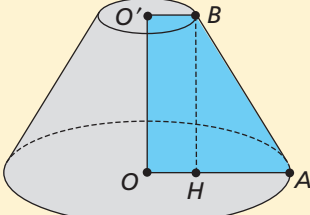
**13** Osserva la figura e completa.

Nel tronco di cono:

- a)  $OA$  è il .....;  
 b)  $O'B$  è il .....;  
 c)  $AB$  è l'.....;  
 d)  $OO'$  è l'.....



**14** Completa la tabella.

	$BH$ (cm)	$HA$ (cm)	$AB$ (cm)	$O'B$ (cm)	$OA$ (cm)
	.....	15	17	.....	21
	60	.....	68	25	.....
	12	.....	.....	5	14

**15** Scrivi il nome di uno o più oggetti che ti ricordano il tronco di cono e di uno o più oggetti che ti ricordano il tronco di piramide.

**16** Ricerca su riviste, libri o quotidiani le immagini che ti ricordano il tronco di cono e il tronco di piramide.

## Misure delle aree e dei volumi nei tronchi di piramide e di cono retti

Teoria a pag. 993-G

### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

**17** Se di un tronco di piramide e di cono conosci le misure dei contorni delle due basi e dell'apotema, come puoi trovare la misura dell'area laterale? Scrivi sul quaderno la formula.

**18** Nei tronchi di piramide e di cono...

$A_t = \dots\dots\dots$ ;  $A_t = \dots\dots\dots$

Da ciascuna formula diretta ricava le relative formule inverse.

**19** Scrivi la formula per trovare  $V$  nel tronco di piramide e nel tronco di cono.

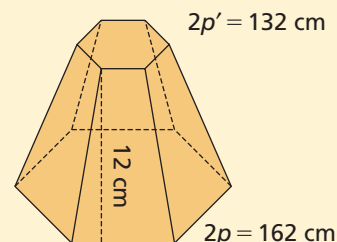
## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

### Tronco di piramide

- 20** Un tronco di piramide esagonale regolare ha i perimetri di base lunghi rispettivamente 132 cm e 162 cm e l'apotema di 12 cm.

Calcola la misura dell'area laterale.

[1 764 cm<sup>2</sup>]



- 21** Un tronco di piramide quadrangolare regolare ha i perimetri di base e l'apotema lunghi rispettivamente 72 cm, 40 cm e 17 cm. Calcola:

a) la misura dell'area laterale;

b) la misura dell'area totale;

[952 cm<sup>2</sup>; 1 376 cm<sup>2</sup>]

- 22** Un tronco di piramide regolare a basi esagonali ha lo spigolo maggiore di 22 cm e lo spigolo minore di 5,5 cm. Sapendo che l'apotema è di 34 cm, calcola la misura dell'area laterale.

[2 805 cm<sup>2</sup>]

- 23** Un tronco di piramide a base quadrata alto 10 cm ha i perimetri di base di 192 cm e 120 cm.

Calcola la misura del volume.

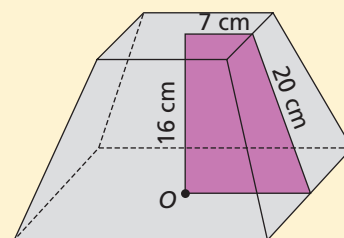
[15 480 cm<sup>3</sup>]

- 24** Le aree di base di un tronco di piramide regolare quadrangolare misurano 100 cm<sup>2</sup> e 361 cm<sup>2</sup>. Sapendo che l'apotema è 15 cm, calcola le misure dell'area laterale e dell'area totale del tronco.

[870 cm<sup>2</sup>; 1 331 cm<sup>2</sup>]

- 25** Calcola le misure dell'area laterale, dell'area totale e del volume del tronco di piramide quadrangolare regolare disegnato qui accanto.

[2 080 cm<sup>2</sup>; 3 720 cm<sup>2</sup>; 11 584 cm<sup>3</sup>]



- 26** Un tronco di piramide ha per basi degli esagoni regolari. Sapendo che gli spigoli di base e quello laterale sono lunghi rispettivamente 78 cm, 36 cm e 35 cm:

calcola le misure dell'area laterale e dell'area totale del tronco.

[9 576 cm<sup>2</sup>;  $\approx$  28 749,24 cm<sup>2</sup>]

- 27** Un tronco di piramide a base pentagonale ha l'area laterale di 35 dm<sup>2</sup>, il perimetro della base maggiore di 20 dm e l'apotema di 2 dm.

Calcola la misura del perimetro della base minore.

[15 dm]

- 28** In un tronco di piramide a base quadrangolare regolare i perimetri delle due basi misurano 120 cm e 80 cm e l'area laterale è di 1 300 cm<sup>2</sup>.

Calcola la misura dell'apotema.

[13 cm]

- 29** Un tronco di piramide ha per basi dei quadrati. L'area laterale è di 15 600 cm<sup>2</sup>, lo spigolo della base maggiore di 92 cm e quello della base minore di 64 cm.

Calcola la misura dell'apotema.

[50 cm]

- 30** In un tronco di piramide a base quadrangolare regolare, l'area totale e l'area laterale misurano rispettivamente 2 944 dm<sup>2</sup> e 768 dm<sup>2</sup>. Sapendo che il tronco ha l'apotema di 10 cm e che l'area di una base è  $\frac{9}{25}$  dell'altra, calcola la misura del volume.

[6 272 dm<sup>3</sup>]

- 31** Il volume di un tronco di piramide quadrangolare regolare è di 12 160 cm<sup>3</sup>. Sapendo che gli spigoli di base sono di 24 cm e 16 cm, calcola la misura dell'apotema.

[30,26 cm]

## Tronco di cono

- 32** Un tronco di cono ha le circonferenze delle basi lunghe  $70\pi$  cm e  $42\pi$  cm e l'apotema di 50 cm.

Calcola la misura dell'area laterale.

[ $2\,800\pi$  cm<sup>2</sup>]

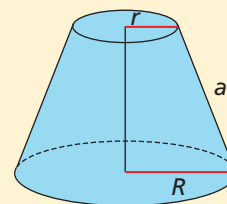
- 33** Un tronco di cono ha i raggi di base lunghi rispettivamente 9 cm e 4 cm e l'apotema di 13 cm. Calcola:

- a) la misura della circonferenza della base minore;  
b) la misura della circonferenza della base maggiore;  
c) la misura dell'area laterale e dell'area totale del tronco.

[ $8\pi$  cm]

[ $18\pi$  cm]

[ $169\pi$  cm<sup>2</sup>;  $266\pi$  cm<sup>2</sup>]



- 34** Un tronco di cono è alto 60 cm. I raggi delle basi misurano rispettivamente 25 cm e 40 cm.

Calcola la misura del volume.

[ $64\,500\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 35** In un tronco di cono i raggi delle basi misurano 20 cm e 13 cm, l'apotema è di 25 cm e l'altezza di 24 cm. Calcola la misura dell'area laterale, la misura dell'area totale e del volume.

[ $825\pi$  cm<sup>2</sup>;  $1\,394\pi$  cm<sup>2</sup>;  $6\,632\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 36** In un tronco di cono un raggio è gli  $\frac{8}{15}$  dell'altro e la loro somma è 92 cm. Sapendo che l'apotema è di 100 cm, calcola le misure dell'area laterale e dell'area totale.

[ $9\,200\pi$  cm<sup>2</sup>;  $13\,824\pi$  cm<sup>2</sup>]

- 37** In un cono l'altezza e il raggio misurano rispettivamente 120 cm e 50 cm.

Calcola le misure dell'area laterale, dell'area totale e del volume del tronco di cono che si ottiene intersecando il cono con un piano parallelo alla base e passante per il punto medio dell'apotema.

[ $4\,875\pi$  cm<sup>2</sup>;  $8\,000\pi$  cm<sup>2</sup>;  $87\,500\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 38** Un tronco di cono ha l'area laterale di  $299\pi$  cm<sup>2</sup> e la somma delle circonferenze dei cerchi di base di  $46\pi$  cm.

Calcola la misura dell'apotema del tronco.

[13 cm]

- 39** Un tronco di cono ha l'area laterale di  $1\,075\pi$  cm<sup>2</sup>. Le circonferenze di base misurano rispettivamente  $36\pi$  cm e  $50\pi$  cm.

Calcola la misura dell'apotema del tronco.

[25 cm]

- 40** In un tronco di cono l'area laterale e l'apotema misurano rispettivamente  $544\pi$  cm<sup>2</sup> e 17 cm.

Calcola la misura della somma delle circonferenze di base.

[ $64\pi$  cm]

- 41** L'area laterale di un tronco di cono è  $1\,440\pi$  cm<sup>2</sup> e il suo apotema è di 20 cm.

Calcola la misura di ciascuna circonferenza sapendo che la maggiore è  $\frac{7}{5}$  della minore. [ $84\pi$  cm;  $60\pi$  cm]

- 42** I raggi delle basi di un tronco di cono misurano 10 cm e 28 cm. Se l'area laterale è  $1\,140\pi$  cm<sup>2</sup>, quanto misura l'apotema del tronco?

[30 cm]

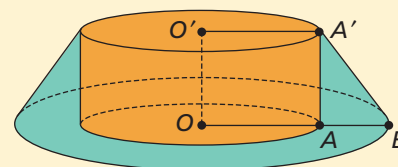
- 43** Calcola la misura della somma dei raggi di base di un tronco di cono sapendo che l'area laterale è di  $221,4\pi$  cm<sup>2</sup> e l'apotema di 9 cm.

[24,6 cm]

- 44** Da un solido a forma di tronco di cono è stato asportato un cilindro le cui basi sono concentriche con quelle del tronco di cono.

Calcola la misura del volume del solido sapendo che il cilindro è alto 6 cm e che il tronco di cono ha i raggi di base di 8 cm e 12,5 cm.

[ $256,5\pi$  cm<sup>3</sup>]

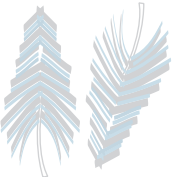

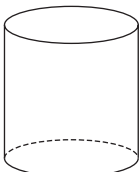





## Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

**45** Scrivi una breve sintesi del paragrafo «I poliedri regolari» integrando, se vuoi, con una ricerca personale.

**46** Dai il nome a ogni figura, poi da ciascun nome togli le lettere indicate. Con le lettere avanzate formerai due parole di 8 lettere ciascuna.

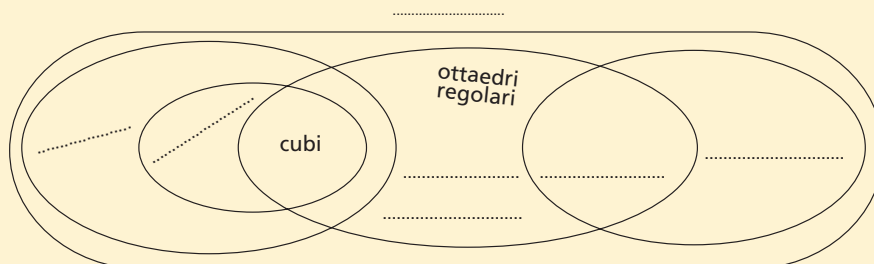
Scrivi la definizione di ciò che hai ottenuto.

– IUME 	– RA 	– CILIN 	– INA 	– ML 	– FIO 
---	---	--	--	---	--

**47** Cerca sul dizionario il termine «edro», poi spiega con le tue parole il significato di tetraedro, esaedro, ottaedro, dodecaedro e icosaedro.

**48** Scrivi il nome dei poliedri regolari, specifica poi quali hanno, per facce, dei triangoli equilateri, quali dei quadrati e quali dei pentagoni regolari.

**49** Completa.



**50** Osserva il diagramma di Eulero-Venn dell'esercizio precedente, poi stabilisci se le affermazioni sono vere o false.

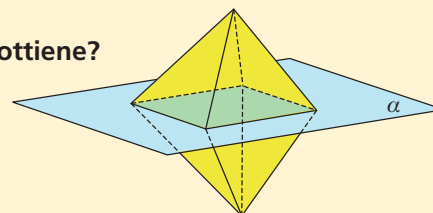
- a) I cubi sono sottoinsiemi dei prismi.
- b) Le piramidi sono dei prismi.
- c) L'insieme intersezione dei poliedri regolari e delle piramidi è l'insieme dei tetraedri.
- d) Gli ottaedri regolari sono piramidi.

V	F
V	F
V	F
V	F

## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

**51** Se il piano  $\alpha$  taglia l'ottaedro come nella figura, quale sezione si ottiene?

- ☐ a) Rettangolo; ☐ b) quadrato; ☐ c) rombo.



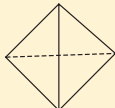
**52** Esegui quanto richiesto sul quaderno.

- a) Disegna un tetraedro. b) Disegna un ottaedro.

**53** Disegna sul quaderno un triangolo equilatero di lato 6 cm. Individua i punti medi di ciascun lato e unisci tra loro.

Quale poliedro regolare puoi costruire con questo sviluppo sul piano?

- 54** Osserva i poliedri regolari di pag. 997-G. Inseriscili in una tabella come quella sotto, in cui  $s$  è il numero degli spigoli,  $f$  è il numero delle facce e  $v$  è il numero dei vertici. Verifica, per ogni poliedro regolare, se è vera la relazione di Eulero.

Poliedri regolari	Nome poliedro regolare	$f$	$v$	$s$	Relazione di Eulero $f + v = s + 2$
	.....	.....	.....	.....	.....

Prendi in considerazione i valori che hai riportato: puoi notare che alcuni poliedri presentano delle analogie. Sai spiegare perché?

- 55** Puoi costruire un poliedro regolare con ciascun angoloide limitato da 4 quadrati?

Giustifica la risposta.

- 56** Considera un esagono regolare. L'ampiezza di ogni suo angolo misura  $120^\circ$ .

Puoi costruire un poliedro regolare che abbia per facce degli esagoni regolari? Giustifica la tua risposta.

- 57** Può esistere un poliedro i cui vertici sono limitati da 6 triangoli equilateri?

Giustifica la tua risposta.

## Misura dell'area totale dei poliedri regolari

Teoria a pag. 1001-G

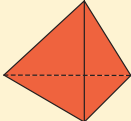
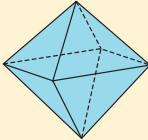
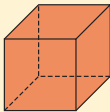
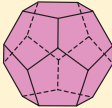
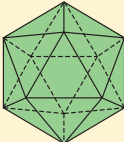
### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

- 58** Scrivi la formula che ti permette di trovare l' $A_t$  di un qualsiasi poliedro regolare.

- 59** Spiega con parole tue perché in un poliedro regolare  $A_t = \ell^2 \cdot n$ . fisso  $\cdot$  n. facce.

### Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

- 60** Completa la tabella.

Poliedri regolari	Nome del poliedro regolare	N. facce (n)	Spigolo (cm)	Area totale (cm <sup>2</sup> )
	.....	.....	3	.....
	.....	.....	6	.....
	.....	.....	.....	600
	.....	.....	.....	516
	.....	.....	12	.....

**61** Un tetraedro regolare ha lo spigolo di 9 cm.

Calcola la misura dell'area totale.

[140,292 cm<sup>2</sup>]

**62** Lo spigolo di un dodecaedro regolare misura 10 cm.

a) Quante facce ha un dodecaedro?

b) Calcola la misura dell'area totale.

[2 064 cm<sup>2</sup>]

**63** L'area di una faccia di un icosaedro regolare misura 129,9 cm<sup>2</sup>.

Quanto misura la sua area totale?

[2 598 cm<sup>2</sup>]

**64** Un tetraedro regolare e un ottaedro regolare hanno entrambi lo spigolo di 8 cm.

Calcola il rapporto delle loro aree totali.

$$\left[ \frac{1}{2} \right]$$

**65** La somma di tutti gli spigoli di un ottaedro di fluorite è 240 cm.

Calcola la misura dell'area totale.

[1 385,6 cm<sup>2</sup>]

**66** Un triangolo equilatero ha l'altezza lunga  $6\sqrt{3}$  cm.

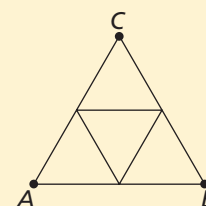
Calcola la misura dell'area totale di un icosaedro regolare che ha per facce il triangolo.

[1 247,04 cm<sup>2</sup>]

**67** Il disegno qui accanto rappresenta lo sviluppo sul piano di un tetraedro regolare.

Sapendo che il perimetro di ABC è lungo  $60\sqrt{3}$  cm, calcola la misura dell'area totale del tetraedro.

[2 078,4 cm<sup>2</sup>]



**68** Un diamante ha la forma di un ottaedro regolare avente l'area totale di 55,424 cm<sup>2</sup>.

Calcola la misura di uno spigolo.

[4 cm]

**69** Un esaedro regolare ha l'area totale di 1 350 cm<sup>2</sup>.

Calcola la misura di uno spigolo.

[15 cm]

**70** L'area totale di un dodecaedro di pirite misura 8 256 cm<sup>2</sup>.

Calcola la misura di uno spigolo.

[20 cm]

**71** L'area totale di un icosaedro regolare misura 77,94 cm<sup>2</sup>.

Quanto misura una sua faccia?

[3,897 cm<sup>2</sup>]

**72** La misura dell'area totale di un ottaedro regolare è 346,4 cm<sup>2</sup>, quella di un tetraedro regolare è 43,3 cm<sup>2</sup>.

Calcola il rapporto tra i due spigoli.

[2]

## Misura del volume dei poliedri regolari

Teoria a pag. 1003-G

### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

**73** Scrivi la formula che ti permette di trovare la misura del volume di un poliedro regolare.

**74** Scrivi sul quaderno la formula inversa di  $V = \ell^3 \cdot n$ . fisso.

## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

**75** Un cristallo di blenda ( $\text{ZnS}$ ) ha la forma di un tetraedro regolare avente lo spigolo di 60 cm.

Calcola la misura del volume.

[25 488 cm<sup>3</sup>]

**76** Lo spigolo di un icosaedro misura 8 cm.

Quanto misura la sua superficie totale? E il suo volume?

[554,24 cm<sup>2</sup>; 1 117,184 cm<sup>3</sup>]

**77** La faccia di un dodecaedro regolare ha il perimetro di 50 cm.

Calcola la misura del volume.

[7 663 cm<sup>3</sup>]

**78** Calcola la misura del peso specifico di un ottaedro regolare di fluorite ( $\text{CaF}_2$ ) di 11,98224 g sapendo che un suo spigolo misura 2 cm.

[3,18]

**79** In natura, un cristallo di magnetite si presenta, generalmente, in forma ottaedrica con i dodici spigoli tutti uguali tra loro.

Quanto pesa un cristallo di magnetite con spigolo di 2,4 cm se il suo peso specifico è di 5,2?

[33,8 g]

**80** Un icosaedro regolare ha il volume di 2 182 cm<sup>3</sup>. Quanto misura il suo spigolo? Quanto misura l'area di una sua faccia?

[10 cm; 25  $\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>]

**81** Un esaedro regolare di rame ( $\rho_s = 8,9$ ) pesa 4 556,8 g.

Quant'è la misura dell'area di tre facce?

[192 cm<sup>2</sup>]

**82** In natura, puoi trovare cristalli di pirite ( $\rho_s \approx 5$ ) aventi forma di cubo o anche di dodecaedro regolare. Calcola il rapporto tra gli spigoli di due cristalli di pirite, l'uno cubico e l'altro dodecaedrico che pesano rispettivamente 625 g e 306,52 g.

$\left[ \frac{5}{2} \right]$

**83** Se il volume di un poliedro regolare è 398,25 cm<sup>3</sup> e lo spigolo è 15 cm, di quale poliedro si tratta?

[tetraedro regolare]

## I solidi di rotazione

Teoria a pag. 1005-G

## Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

**84** Rispondi sul quaderno.

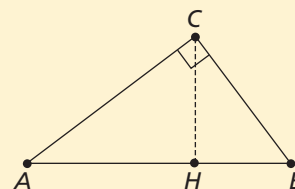
- a) Quando un solido viene definito solido di rotazione?
- b) Che cos'è l'asse di rotazione?
- c) Elenca quali sono i solidi di rotazione più comuni.

**85** Scrivi tutto ciò che sai sui solidi di rotazione.

**86** Il tronco di cono può essere considerato un solido di rotazione? Perché? E il tronco di piramide? Perché?

## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

**87** Disegna il solido ottenuto facendo ruotare il triangolo rettangolo  $ABC$  di un giro completo attorno all'ipotenusa  $AB$ .

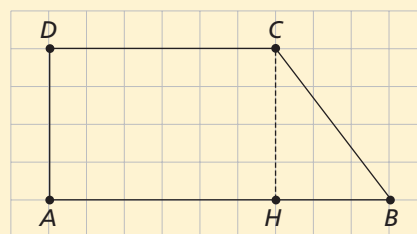


- Che tipo di solido hai ottenuto?
- Da che cosa è formato?
- Nel cono a sinistra, colora:
  - di verde il raggio;
  - di rosso l'apotema;
  - di blu l'altezza.
- Nel cono a destra, colora:
  - di marrone il raggio;
  - di viola l'apotema;
  - di giallo l'altezza.
- Completa la tabella.

Cono di sinistra	$r = \dots\dots\dots$	$a = \dots\dots\dots$	$h = \dots\dots\dots$
Cono di destra	$r = CH \dots\dots\dots$	$a' = \dots\dots\dots$	$h' = \dots\dots\dots$

- Scrivi a che cosa è uguale  $A_s$ :  $A_s = \dots\dots\dots$ .
- Scrivi a che cosa è uguale  $V_s$ :  $V_s = \dots\dots\dots$ .

**88** Disegna sul tuo quaderno il solido ottenuto facendo ruotare il trapezio rettangolo  $ABCD$ , di un giro completo, attorno alla base maggiore.



- Che tipo di solido hai ottenuto?
- Da che cosa è formato?
- Nel cilindro, colora:
  - di verde il raggio;
  - di blu l'altezza.
- Nel cono, colora:
  - di marrone il raggio;
  - di rosso l'altezza;
  - di viola l'apotema.
- Completa la tabella.

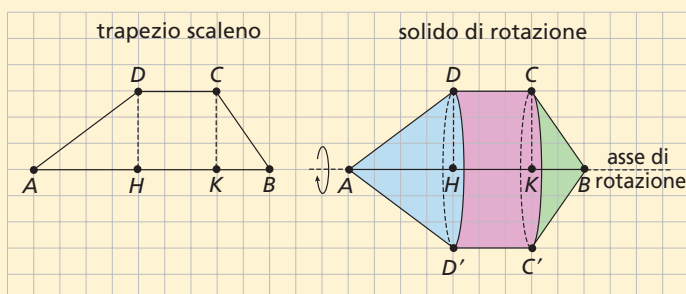
Cilindro	$r = \dots\dots\dots$	$h = \dots\dots\dots$	
Cono	$r = \dots\dots\dots$	$h' = \dots\dots\dots$	$a' = \dots\dots\dots$

- Scrivi a che cosa è uguale  $A_s$ :  $A_s = \dots\dots\dots$ .
- Scrivi a che cosa è uguale  $V_s$ :  $V_s = \dots\dots\dots$ .

**89** Disegna un trapezio isoscele.

- Disegna e descrivi il solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore.
- Scrivi come si calcolano  $A_s$  e  $V_s$  del solido di rotazione.

**90** Osserva le figure ed esegui quanto richiesto.



- a) Il solido è formato da un cilindro in cui al posto dei due cerchi di base ci sono 2 coni disuguali che sporgono.  
 b) Com'è il cono blu rispetto a quello verde?  
 c) Completa la tabella.

Nel trapezio il segmento	DH	AH	AD	DC	KB	BC
diventa nel cono blu...	.....	.....	.....	.....	.....	.....
diventa nel cilindro...	.....	.....	.....	.....	.....	.....
diventa nel cono verde...	.....	.....	.....	.....	.....	.....

- d) Completa le formule:

$$A_s = \dots\dots\dots$$

$$V_s = \dots\dots\dots$$

**91** Disegna il solido ottenuto facendo ruotare il trapezio rettangolo  $ABCD$ , di un giro completo, attorno alla base minore.

- a) Che tipo di solido hai ottenuto?      b) Da che cosa è formato?

- c) Nel cilindro, colora:

– di verde il raggio;

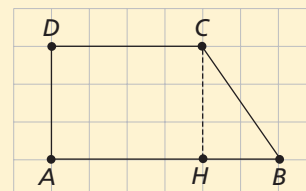
– di blu l'altezza.

- d) Nel cono, colora:

– di marrone il raggio;

– di rosso l'altezza;

– di viola l'apotema.



- e) Completa la tabella.

Cilindro	$r = \dots\dots\dots$	$h = \dots\dots\dots$	
Cono	$r' = \dots\dots\dots$	$h' = \dots\dots\dots$	$a' = \dots\dots\dots$

- f) Scrivi a che cosa è uguale  $A_s$ :  $A_s = \dots\dots\dots$

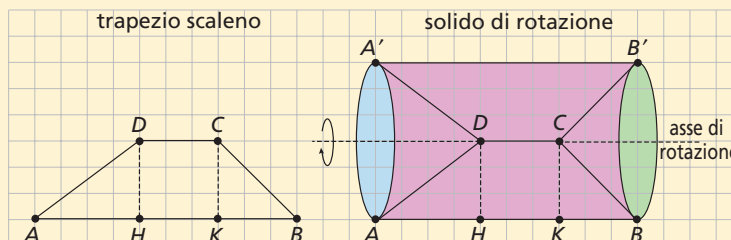
- g) Scrivi a che cosa è uguale  $V_s$ :  $V_s = \dots\dots\dots$

**92** Disegna un trapezio isoscele.

- a) Disegna e descrivi il solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore.  
 b) Scrivi come si calcolano  $A_s$  e  $V_s$  del solido di rotazione.

**93** Osserva le figure ed esegui quanto richiesto.

- a) Il solido è formato da un cilindro in cui al posto dei due cerchi di base ci sono 2 coni disuguali che rientrano nel cilindro.  
 b) Com'è il cono blu rispetto a quello verde?



- c) Completa la tabella.

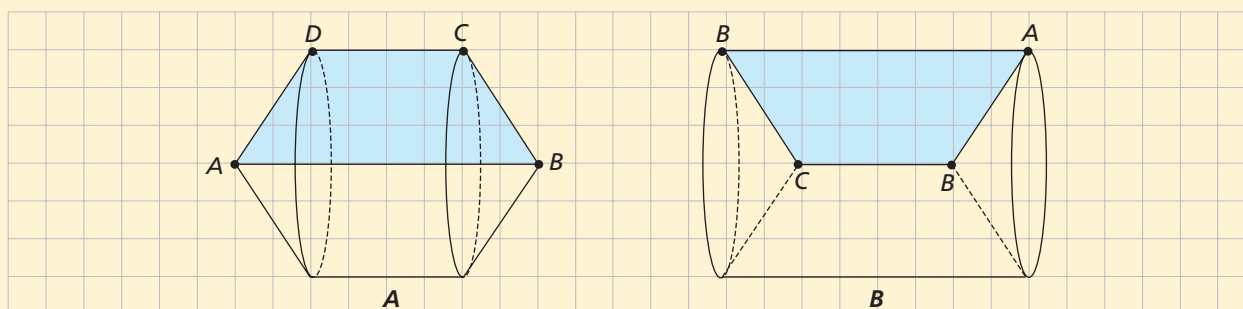
Nel trapezio il segmento	DH	AB	AH	KB	AD	BC
diventa nel cono blu...	.....	.....	.....	.....	.....	.....
diventa nel cilindro...	.....	.....	.....	.....	.....	.....
diventa nel cono verde...	.....	.....	.....	.....	.....	.....

- d) Completa le formule:

$$A_s = \dots\dots\dots$$

$$V_s = \dots\dots\dots$$

**94** Osserva le due figure, poi rispondi alle domande.



a) I due trapezi isosceli sono congruenti?

b) Completa le frasi.

- Il solido *A* è formato da un ..... sormontato da due ..... congruenti aventi le basi coincidenti con quelle del .....
- Il solido *B* è formato da un ..... con scavati all'interno due ..... congruenti aventi le basi coincidenti con quelle del .....

c) Come sono tra loro le  $A_t$  dei due solidi di rotazione? Uguali o diverse? Scrivi le formule delle  $A_t$  di ciascun solido.

d) Come sono tra loro i  $V$  dei due solidi? Scrivi la formula del  $V$  del solido *A* e del  $V$  del solido *B*.

**95** Disegna un quadrato e fallo ruotare di  $360^\circ$  attorno al lato.

Descrivi il solido di rotazione ottenuto.

**96** Disegna un trapezio rettangolo, poi disegna e descrivi il solido generato dalla rotazione completa del trapezio:

- a) attorno al lato che è perpendicolare alle basi;
- b) attorno alla base maggiore;
- c) attorno alla base minore.

**97** Disegna un rombo.

- a) Disegna e descrivi il solido generato dalla rotazione di  $180^\circ$  attorno alla diagonale *minore*.
- b) Disegna e descrivi il solido generato dalla rotazione di  $180^\circ$  attorno alla diagonale *maggiore*.

**98** Disegna un parallelogramma.

Disegna e descrivi il solido generato dalla rotazione di  $360^\circ$  attorno alla sua base.

**99** Disegna un triangolo isoscele e descrivi il solido generato dalla rotazione di  $360^\circ$  attorno:

- a) alla base;
- b) al lato obliquo.

**100** Descrivi il solido generato dalla rotazione di  $180^\circ$  di un triangolo equilatero attorno a ciascun lato.

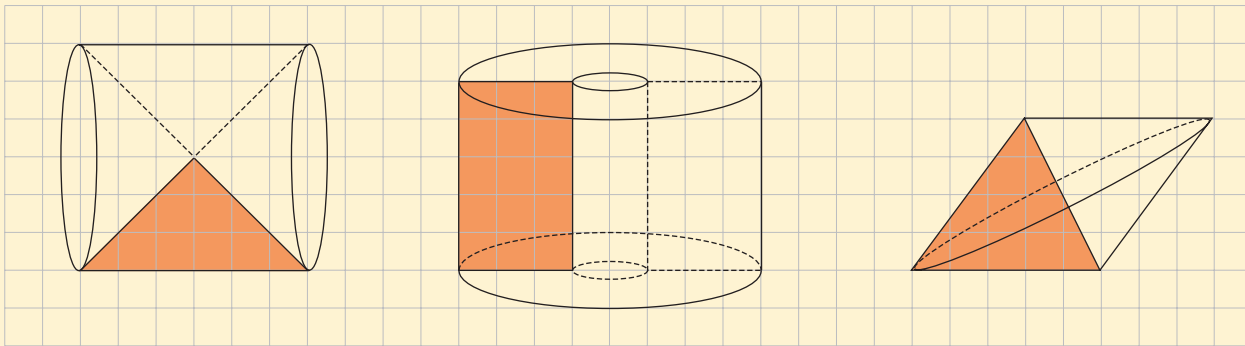
**101** Descrivi il solido generato dalla rotazione completa di un triangolo rettangolo attorno:

- a) al cateto minore;
- b) al cateto maggiore;
- c) all'ipotenusa.

**102** Descrivi il solido generato dalla rotazione completa di un triangolo ottusangolo scaleno  $ABC$  ( $\widehat{A}$  ottuso) attorno:

- a) al lato  $AB$ ;
- b) al lato  $BC$ ;
- c) al lato  $CA$ .

**103** In ciascuno dei seguenti solidi traccia in rosso l'asse di rotazione.



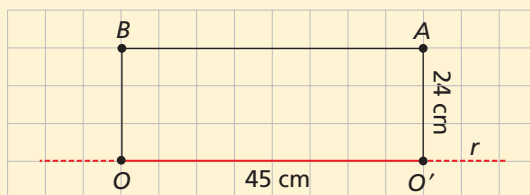
### Problemi sulla rotazione del rettangolo

**104** Ricopia le seguenti figure sul tuo quaderno. Per ciascuna disegna il solido di rotazione ottenuto facendolo ruotare di  $360^\circ$  attorno alla retta  $r$ , poi risolvi i problemi.

a) Dati

$$OO' = 45 \text{ cm}$$

$$AO' = 24 \text{ cm}$$



**Incognite**

raggio di base

altezza

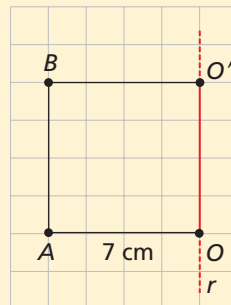
$$A_t$$

$$V$$

$$[24 \text{ cm}; 45 \text{ cm}; 3\,312\pi \text{ cm}^2; 25\,920\pi \text{ cm}^3]$$

b) Dati

$$AO = OO' = OB' = BA = 7 \text{ cm}$$



**Incognite**

Che tipo di cilindro hai ottenuto?

$$A_t$$

$$V$$

$$[196\pi \text{ cm}^2; 343\pi \text{ cm}^3]$$

**105** Un rettangolo ha la base e l'altezza lunghe rispettivamente 15 cm e 12 cm.

Il rettangolo viene fatto ruotare di  $360^\circ$  attorno alla sua altezza. Quale solido ottieni?

Calcola le misure dell'area laterale, dell'area totale e del volume.

$$[360\pi \text{ cm}^2; 810\pi \text{ cm}^2; 2\,700\pi \text{ cm}^3]$$

**106** Considera un cilindro equilatero come un solido di rotazione. Come deve essere l'altezza del rettangolo rispetto alla sua base per ottenere il cilindro equilatero? Se hai difficoltà aiutati con un disegno.

### Problemi sulla rotazione del triangolo rettangolo

**107** I cateti di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 30 dm e 40 dm.

a) Calcola le misure del raggio di base, dell'altezza e dell'apotema del solido generato dalla rotazione completa del triangolo attorno al cateto maggiore.  $[30 \text{ dm}; 40 \text{ dm}; 50 \text{ dm}]$

b) Calcola le misure del raggio di base, dell'altezza e dell'apotema del solido generato dalla rotazione completa del triangolo attorno al cateto minore.  $[40 \text{ dm}; 30 \text{ dm}; 50 \text{ dm}]$

**108** Un triangolo rettangolo, retto in  $\widehat{A}$  e di perimetro 168 cm, ha i cateti rispettivamente  $\frac{3}{5}$  e  $\frac{4}{5}$  dell'ipotenusa.

Calcola il rapporto tra i volumi dei coni generati da una rotazione di  $360^\circ$  l'uno attorno al cateto minore e l'altro attorno al cateto maggiore.

$$\left[ \frac{4}{3} \right]$$

**109** Un triangolo rettangolo, la cui area è  $1\,350\text{ cm}^2$ , ha un cateto che è  $i\frac{4}{3}$  dell'altro.

Chiama  $S_1$  il solido ottenuto dalla rotazione completa del triangolo attorno al cateto maggiore e  $S_2$  il solido ottenuto dalla rotazione completa del triangolo attorno al cateto minore.

a) Calcola le misure dell'area totale e del volume di  $S_1$ .  $[5\,400\pi\text{ cm}^2; 40\,500\pi\text{ cm}^3]$

b) Calcola il rapporto tra la misura dell'area totale di  $S_2$  e quella di  $S_1$ .  $\left[\frac{3}{2}\right]$

c) Verifica che la misura del volume di  $S_2$  è uguale, in  $\text{dm}^3$ , al risultato della seguente equazione:  

$$x + 5(x - 5) = -2(2 - x) + 3(x + 11)$$
  $[x = 54]$

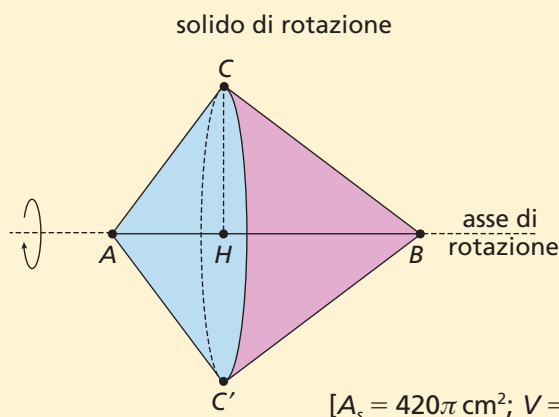
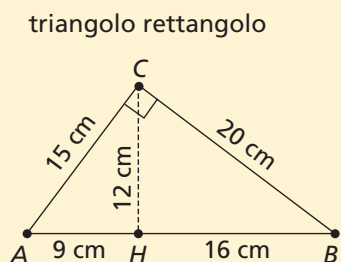
**110** Un triangolo rettangolo ha i cateti di 7 cm e 24 cm.

a) Verifica che il rapporto tra l'area laterale del solido generato dalla rotazione completa attorno al cateto minore e l'area laterale del solido generato dalla rotazione completa attorno al cateto maggiore è uguale al rapporto tra i due cateti.

b) Il tuo compagno di banco sostiene, senza avere fatto i calcoli, che il rapporto tra i volumi dei due solidi del punto a) è uguale al rapporto tra il cateto minore e il cateto maggiore. È giusto? Se è sì, quale ragionamento ha fatto?

**111** Considera un cono equilatero come solido generato dalla rotazione completa di un triangolo rettangolo attorno al cateto maggiore. Quale particolarità ha questo triangolo?

**112** Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido di rotazione.



**113** Un triangolo rettangolo ha i due cateti di 60 cm e 80 cm.

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione completa del triangolo attorno all'ipotenusa.  $[A_s = 6\,720\pi\text{ cm}^2; V = 76\,800\pi\text{ cm}^3]$

**114** Un triangolo rettangolo ha il cateto minore di 30 cm e l'ipotenusa di 50 cm.

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione del triangolo attorno all'ipotenusa.  $[A_s = 1\,680\pi\text{ cm}^2; V = 9\,600\pi\text{ cm}^3]$

**115** Alessia sostiene che, per trovare la misura di  $A_s$  e di  $V_s$  del solido generato dalla rotazione completa di un triangolo rettangolo attorno all'ipotenusa, basta applicare queste formule:

$$A_s = \pi r \cdot (\text{cateto maggiore} + \text{cateto minore}) \quad V = \frac{\pi r^2}{3} \cdot \text{ipotenusa}$$

Sono giuste? Giustifica la tua risposta.

**116** In un triangolo rettangolo il rapporto tra le misure dei cateti è  $\frac{4}{3}$  e il perimetro misura 60 cm.

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione completa del triangolo attorno all'ipotenusa.  $[A_s = 420\pi\text{ cm}^2; V = 1\,200\pi\text{ cm}^3]$

- 117** Un triangolo rettangolo avente l'altezza relativa all'ipotenusa di 240 cm e le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa che sono l'una  $\frac{9}{16}$  dell'altra, viene fatto ruotare di un giro completo attorno all'ipotenusa.

a) Calcola le misure di  $A_s$  e di  $V_s$  del solido di rotazione. [168 000 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 96 000 $\pi$  cm<sup>3</sup>]  
 b) Se il solido è di legno ( $\rho_s = 0,5$ ), quanti kg pesa? [48 kg]

- 118** In un sistema di riferimento cartesiano, segna il punto  $A(-4; +3)$  e i punti  $B$ , simmetrico al punto  $A$  rispetto all'ascissa, e  $C$ , simmetrico al punto  $A$  rispetto all'ordinata.

Descrivi il poligono che ha come vertici i punti  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

Disegna il solido generato dalla rotazione completa di  $ABC$  attorno al lato  $BC$ , poi calcolane la misura dell'area e del volume ( $u = 1$  cm). [67,2 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 76,8 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 119** In un piano cartesiano segna i seguenti punti:

$$A(-3; 0) \quad B(13; 0) \quad C(-3; 12)$$

Descrivi il poligono che ha come vertici i punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione completa di  $ABC$  attorno ( $u = 1$  cm):

a) al lato  $AB$ ; [384 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 768 $\pi$  cm<sup>3</sup>]  
 b) al lato  $AC$ ; [576 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 1 024 $\pi$  cm<sup>3</sup>]  
 c) al lato  $BC$ . [268,8 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 614,4 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 120** L'area totale del solido generato dalla rotazione completa di un triangolo rettangolo  $ABC$  attorno all'ipotenusa  $BC$  è 105 $\pi$  cm<sup>2</sup>.

Sai che  $AC = 10$  cm e che il cono che ha per apotema  $AC$ , ha  $A_t = 60\pi$  cm<sup>2</sup>. Calcola la misura del volume del solido. [150 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 121** In un cerchio di diametro  $BC$  e area 56,25 $\pi$  cm<sup>2</sup>, è inscritto un triangolo rettangolo  $ABC$  in cui la proiezione del lato  $AB$  su  $BC$  misura 5,4 cm.

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione completa del triangolo  $ABC$ :

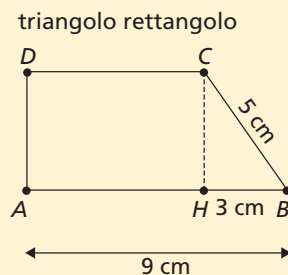
a) attorno al lato  $BC$ ; [ $A_s = 151,2\pi$  cm<sup>2</sup>;  $V = 259,2\pi$  cm<sup>3</sup>]  
 b) attorno al lato  $CA$ ; [ $A_s = 216\pi$  cm<sup>2</sup>;  $V = 324\pi$  cm<sup>3</sup>]  
 c) attorno al lato  $AB$ . [ $A_s = 324\pi$  cm<sup>2</sup>;  $V = 432\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 122** Il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando il triangolo rettangolo  $ABC$  attorno all'ipotenusa è 1 200 $\pi$  cm<sup>3</sup>.

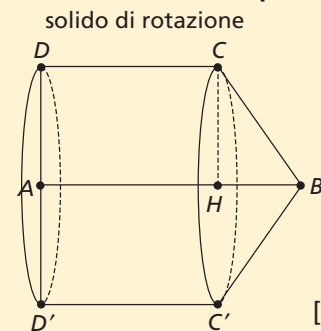
Calcola la misura dell'area del solido, sapendo che nel triangolo  $ABC$  l'altezza relativa all'ipotenusa è 12 cm e un cateto è 20 cm. [420 $\pi$  cm<sup>2</sup>]

### Problemi sulla rotazione del trapezio rettangolo

- 123** Prendi in esame il trapezio rettangolo  $ABCD$  e il solido generato dalla sua rotazione completa attorno alla base maggiore.



- a) Calcola  $A_b$  del cilindro.  
 b) Calcola  $A_t$  del cilindro.  
 c) Calcola  $A_t$  del cono.  
 d) Calcola  $A_s$  del solido di rotazione.  
 e) Calcola  $V$  del cilindro.  
 f) Calcola  $V$  del cono.  
 g) Calcola  $V$  del solido di rotazione.



[16 $\pi$  cm<sup>2</sup>]  
 [48 $\pi$  cm<sup>2</sup>]  
 [20 $\pi$  cm<sup>2</sup>]  
 [84 $\pi$  cm<sup>2</sup>]  
 [96 $\pi$  cm<sup>3</sup>]  
 [16 $\pi$  cm<sup>3</sup>]  
 [112 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

**124** Un trapezio rettangolo ha il lato obliquo di 20 cm, la base minore di 25 cm e la differenza fra le basi di 12 cm.

Fai ruotare il trapezio attorno alla base maggiore di  $360^\circ$  e considera il solido di rotazione ottenuto. Calcola le misure dell'area del cerchio di base, dell'area  $A_s$  del solido e del volume del solido.

[ $256\pi \text{ cm}^2$ ;  $1\,376\pi \text{ cm}^2$ ;  $7\,424\pi \text{ cm}^3$ ]

**125** Un trapezio rettangolo ha l'area di  $320 \text{ cm}^2$ , l'altezza di 10 cm e la base maggiore che è gli  $\frac{11}{5}$  della base minore.

a) Calcola le misure dell'area e del volume del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore. [ $A_s = 760\pi \text{ cm}^2$ ;  $V = 2\,800\pi \text{ cm}^3$ ]

b) Se il solido è di ghisa ( $\rho_s = 7,2$ ), quanti kg pesa? [ $\approx 63,30 \text{ kg}$ ]

**126** Di un trapezio rettangolo sai che il perimetro è 56 cm, che la base minore e l'altezza sono rispettivamente gli  $\frac{8}{17}$  e i  $\frac{15}{17}$  del lato obliquo.

Calcola le misure dell'area e del volume del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore. [ $720\pi \text{ cm}^2$ ;  $2\,400\pi \text{ cm}^3$ ]

**127** Ecco come Angelo calcola  $A_s$  e  $V$  del solido generato dalla rotazione completa di un trapezio rettangolo intorno alla base maggiore.

$r$  = raggio di base

$h$  = altezza del cilindro

$h'$  = altezza del cono

$a$  = apotema del cono

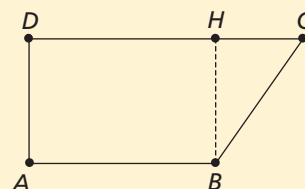
$$A_s = \pi r \cdot (r + 2h + a)$$

$$V_s = \pi r^2 \cdot \left( h + \frac{h'}{3} \right)$$

Tu che cosa ne pensi? Giustifica la risposta.

**128** Calcola le misure dell'area e del volume del solido generato dalla rotazione completa del trapezio  $ABCD$  attorno alla base maggiore.

$$2p = 280 \text{ cm} \quad AB = \frac{2}{3} BC \quad BH = \frac{4}{5} BC \quad [14\,100\pi \text{ cm}^2; 234\,000\pi \text{ cm}^3]$$



**129** Un trapezio rettangolo ha l'area di  $204 \text{ cm}^2$  e le basi  $AB$  e  $CD$  rispettivamente di 9 cm e 25 cm.

a) Calcola la misura del perimetro del trapezio. [66 cm]

b) Dimostra che la diagonale minore del trapezio è perpendicolare al lato obliquo.

c) Calcola le misure dell'area totale e del peso del solido generato dalla rotazione del trapezio attorno alla base maggiore, supposto che il solido sia di argilla ( $\rho_s = 1,5$ ). [ $600\pi \text{ cm}^2$ ;  $\approx 9\,721,4 \text{ g}$ ]

**130** Il solido ottenuto dalla rotazione di un trapezio rettangolo attorno alla base maggiore ha  $A_t = 60\pi \text{ cm}^2$ .

Sai che l'altezza del trapezio è 4 cm e che  $\frac{A_{\text{cono}}}{A_{\text{cilindro}}} = \frac{5}{6}$ .

Calcola la misura del volume del solido.

[ $64\pi \text{ cm}^3$ ]

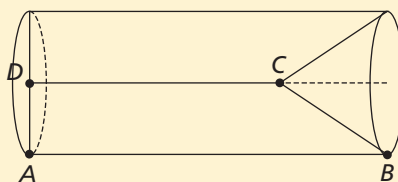
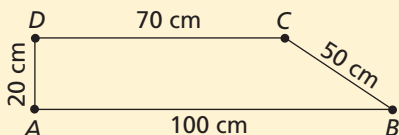
**131** Il solido ottenuto facendo ruotare un trapezio rettangolo attorno alla base maggiore ha volume di  $2\,400\pi \text{ cm}^3$ .

Calcola la misura dell'area del solido, sapendo che l'altezza del trapezio misura 15 cm e supera la base minore di 7 cm. [ $720\pi \text{ cm}^2$ ]

**132** Un trapezio rettangolo ha le basi lunghe rispettivamente 50 cm e 32 cm.

Calcola la misura della sua altezza sapendo che il solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore ha il volume di  $21\,888\pi \text{ cm}^3$ . [24 cm]

- 133** Prendi in esame il trapezio rettangolo  $ABCD$  e il solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore.



- |                                      |                             |
|--------------------------------------|-----------------------------|
| a) Calcola $A_b$ del cilindro.       | $[400\pi \text{ cm}^2]$     |
| b) Calcola $A_t$ del cilindro.       | $[4\,000\pi \text{ cm}^2]$  |
| c) Calcola $A_t$ del cono.           | $[1\,000\pi \text{ cm}^2]$  |
| d) Calcola $A_s$ di tutto il solido. | $[5\,400\pi \text{ cm}^2]$  |
| e) Calcola $V$ del cilindro.         | $[40\,000\pi \text{ cm}^3]$ |
| f) Calcola $V$ del cono.             | $[4\,000\pi \text{ cm}^3]$  |
| g) Calcola $V_s$ di tutto il solido. | $[36\,000\pi \text{ cm}^3]$ |

- 134** Un trapezio rettangolo ha la base maggiore, la base minore e l'altezza rispettivamente di 30 cm, 14 cm, 12 cm.

Fai ruotare il trapezio attorno alla base minore (di  $360^\circ$ ) e considera il solido di rotazione ottenuto. Calcola le misure dell'altezza del cono, dell'apotema del cono, dell'area  $A_s$  del solido, del volume  $V_s$  del solido.

$[16 \text{ cm}; 20 \text{ cm}; 1\,104\pi \text{ cm}^2; 3\,552\pi \text{ cm}^3]$

- 135** Un trapezio rettangolo ha l'area di  $1\,566 \text{ cm}^2$ , la base minore che è  $\frac{10}{19}$  della base maggiore e l'altezza di 36 cm.

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione del trapezio attorno alla base minore.

$[7\,020\pi \text{ cm}^2; 62\,208\pi \text{ cm}^3]$

- 136** Un trapezio rettangolo ha la somma delle basi di 43,5 cm, l'altezza di 18 cm e il perimetro di 84 cm.

Calcola le misure di  $A_s$  e di  $V_s$  del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore.

$[1\,755\pi \text{ cm}^2; 7\,776\pi \text{ cm}^3]$

- 137** L'altezza e la differenza tra le basi di un trapezio rettangolo misurano rispettivamente 36 cm e 27 cm.

Calcola la misura dell'area totale del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore, sapendo che  $V_s = 62\,208\pi \text{ cm}^3$ .

$[7\,020\pi \text{ cm}^2]$

- 138** Per trovare  $A_s$  e  $V_s$  del solido generato dalla rotazione del trapezio rettangolo attorno alla base minore puoi usare:

$$A_s = \pi r \cdot (r + 2h_{\text{cilindro}} + a) \quad V_s = \pi r^2 \left( h_{\text{cilindro}} - \frac{1}{3} h_{\text{cono}} \right)$$

Scrivi perché.

- 139** Di un trapezio rettangolo  $ABCD$  sai che è circoscrittibile a una circonferenza, ha il perimetro di 150 cm, una base che è  $\frac{2}{3}$  dell'altra e l'altezza che è  $\frac{12}{13}$  del lato obliquo.

- a) Calcola le misure dell'area e del volume del solido generato dalla rotazione del trapezio attorno alla base minore.  $[5\,940\pi \text{ cm}^2; 51\,840\pi \text{ cm}^3]$   
 b) Se tutto il solido pesa 813 888 g, quant'è il peso specifico del materiale di cui è costituito?  $[5]$

- 140** In un riferimento cartesiano ortogonale ( $u = 1 \text{ cm}$ ) rappresenta i punti:  $A(0; -3)$ ,  $B(0; +4)$ ,  $C(4; 4)$ ,  $D(4; 0)$ .

- a) Scrivi che poligono si ottiene congiungendoli nell'ordine.  
 b) Calcola le misure del perimetro e dell'area del poligono.  $[20 \text{ cm}; 22 \text{ cm}^2]$   
 c) Fallo ruotare di  $360^\circ$  attorno al lato  $CD$ . Che tipo di solido ottieni? Calcola la misura del volume del solido ottenuto.  $[96\pi \text{ cm}^3]$   
 d) Supponi che il solido sia d'argento ( $\rho_s = 10,5$ ) e calcola il suo peso.  $[3\,165,12 \text{ g}]$

**141** Un trapezio rettangolo ha l'area di  $104 \text{ cm}^2$  e le basi di  $16 \text{ cm}$  e  $10 \text{ cm}$ .

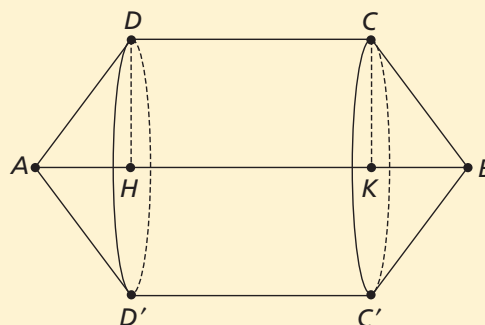
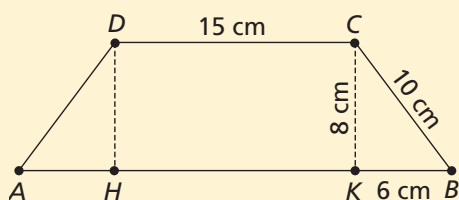
- Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido ottenuto dalla rotazione completa attorno alla base maggiore.  $[304\pi \text{ cm}^2; 768\pi \text{ cm}^3]$
- Calcola la misura dell'area totale e il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore.  $[400\pi \text{ cm}^2; 896\pi \text{ cm}^3]$
- Calcola il rapporto tra le aree totali e i volumi dei solidi considerati nei punti a) e b).  $\left[\frac{19}{25}; \frac{6}{7}\right]$

**142** Un trapezio rettangolo ha la base maggiore di  $18 \text{ dm}$ , la diagonale minore di  $15 \text{ cm}$  e la differenza fra le basi di  $9 \text{ cm}$ .

- Trova  $2p$  e  $A$  del trapezio.  $[54 \text{ cm}; 162 \text{ cm}^2]$
- Calcola  $A_s$  e  $V_s$  del solido che si ottiene dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore.  $[540\pi \text{ cm}^2; 1\,728\pi \text{ cm}^3]$
- Quanti kg pesa il solido ( $\rho_s = 2,5$ ) che si ottiene dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore?  $[16,956 \text{ kg}]$

### Problemi sulla rotazione del trapezio isoscele

**143** Prendi in esame il trapezio isoscele  $ABCD$  e il solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore.



- Calcola  $A_t$  del cono.  $[80\pi \text{ cm}^2]$
- Calcola  $2A_t$  del cono.  $[160\pi \text{ cm}^2]$
- Calcola  $A_t$  del cilindro.  $[240\pi \text{ cm}^2]$
- Calcola  $A_s$  di tutto il solido.  $[400\pi \text{ cm}^2]$
- Calcola  $V$  del cono.  $[128\pi \text{ cm}^3]$
- Calcola  $2V$  del cono.  $[256\pi \text{ cm}^3]$
- Calcola  $V$  del cilindro.  $[960\pi \text{ cm}^3]$
- Calcola  $V_s$  di tutto il solido.  $[1\,216\pi \text{ cm}^3]$

**144** Un trapezio isoscele ha il perimetro di  $40 \text{ cm}$ , la base minore  $CD = 12 \text{ cm}$  e quella maggiore  $AB = 18 \text{ cm}$ .

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione del trapezio intorno alla base maggiore.  $[A_s = 136\pi \text{ cm}^2; V_s = 224\pi \text{ cm}^3]$

**145** Un trapezio isoscele  $ABCD$  ha l'altezza di  $144 \text{ cm}$  e le basi  $AB$  di  $300 \text{ cm}$  e  $CD$  di  $84 \text{ cm}$ .

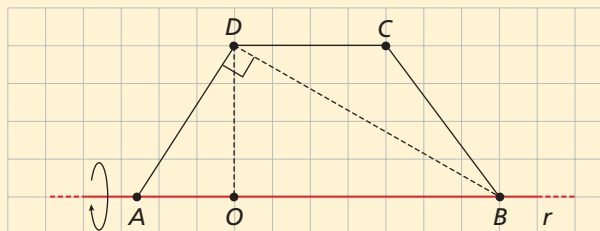
Determina le misure di  $BC$ ,  $DA$ , delle diagonali  $BD$  e  $AC$ , dell'area del trapezio e della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio intorno alla base  $AB$ .

Dimostra che la diagonale  $AC$  è perpendicolare al lato  $BC$ .

$[180 \text{ cm}; \dots \text{ cm}; 240 \text{ cm}; \dots \text{ cm}; 27\,648 \text{ cm}^2; 76\,032\pi \text{ cm}^2]$

**146** Il trapezio isoscele  $ABCD$  ha la base maggiore  $AB$  e la diagonale  $BD$  lunghe rispettivamente  $40 \text{ cm}$  e  $50 \text{ cm}$ . Sai che  $BD$  è perpendicolare al lato obliquo  $AD$ .

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido che si ottiene dalla rotazione completa di  $ABCD$  attorno ad  $AB$ .  $[2\,112\pi \text{ cm}^2; 14\,976\pi \text{ cm}^3]$



**147** In un sistema di riferimento cartesiano rappresenta i seguenti punti ( $u = 1$  cm):  $A(-6 ; +6)$ ,  $B(-6 ; -2)$ ,  $C(-2 ; +1)$ ,  $D(-2 ; +3)$ .

- Stabilisci che tipo di figura si ottiene congiungendo, in ordine alfabetico, i punti. [20 u]
- Calcola la misura del perimetro del quadrilatero. [20  $u^2$ ]
- Dopo avere tracciato l'altezza  $CH$ , calcola la misura dell'area.
- Quale solido ottieni facendo ruotare di  $360^\circ$  la figura attorno alla base  $AB$ ?
- Disegna e calcolane la misura del volume. [ $64\pi u^3$ ]

**148** Per trovare  $A_s$  e  $V_s$  del solido generato dalla rotazione di un trapezio isoscele attorno alla base maggiore puoi usare:

$$A_s = 2A_{\text{cono}} + A_{\text{cilindro}}$$

$$V_s = 2V_{\text{cono}} + V_{\text{cilindro}}$$

oppure

$$A_s = 2\pi r \cdot (a + h_{\text{cilindro}})$$

$$V = \pi r^2 \left( h_{\text{cilindro}} + \frac{2}{3} h_{\text{cono}} \right)$$

Spiega come si ricavano queste ultime due formule.

**149** In un trapezio isoscele  $ABCD$  la base maggiore e la base minore misurano rispettivamente 22 cm e 10 cm, mentre l'altezza è un quarto della loro somma.

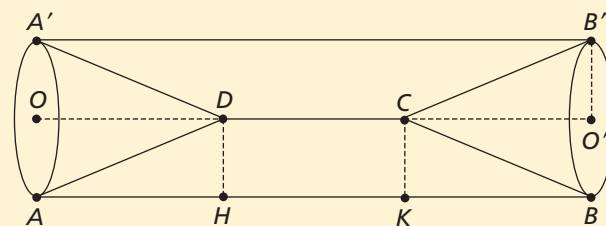
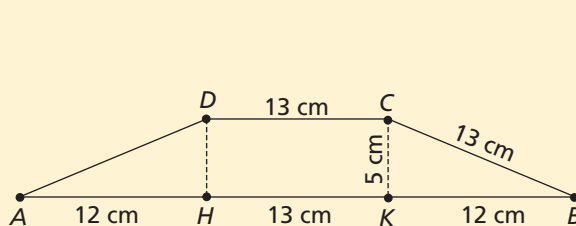
Dopo avere descritto le proprietà del trapezio isoscele, calcola le misure:

- del perimetro e dell'area di  $ABCD$ ; [52 cm; 128  $\text{cm}^2$ ]
  - del volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio intorno alla base maggiore; [896  $\pi \text{ cm}^3$ ]
  - del raggio di base di un cilindro equivalente al solido, la cui altezza misura 14 cm. [8 cm]
- Definisci quindi il cilindro e spiega quando è equilatero.

**150** In una circonferenza lunga  $68\pi$  cm è inscritto un trapezio isoscele che ha la base maggiore passante per il centro della circonferenza e un angolo acuto di  $60^\circ$ .

- Dimostra che ciascuna diagonale è perpendicolare al lato obliquo.
- Calcola le misure del perimetro e dell'area del trapezio. [170 cm; 867  $\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ]
- Calcola la misura dell'area totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore. [2 312  $\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$ ]

**151** Prendi in esame il trapezio isoscele  $ABCD$  e il solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore.



- Calcola  $A_t$  del cono. [65  $\pi \text{ cm}^2$ ]
- Calcola  $2A_t$  del cono. [130  $\pi \text{ cm}^2$ ]
- Calcola  $A_t$  del cilindro. [370  $\pi \text{ cm}^2$ ]
- Calcola  $A_s$  di tutto il solido. [500  $\pi \text{ cm}^2$ ]
- Calcola  $V$  del cono. [100  $\pi \text{ cm}^3$ ]
- Calcola  $2V$  del cono. [200  $\pi \text{ cm}^3$ ]
- Calcola  $V$  del cilindro. [925  $\pi \text{ cm}^3$ ]
- Calcola  $V_s$  di tutto il solido. [725  $\pi \text{ cm}^3$ ]

**152** Un trapezio isoscele ha il perimetro di 770 cm, la base minore  $CD = 70$  cm e quella maggiore  $AB = 5 \cdot CD$ .

Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione del trapezio attorno alla base minore.  
 $[A_s = 110\,250 \text{ cm}^2; V_s = 2\,829\,750 \text{ cm}^3]$

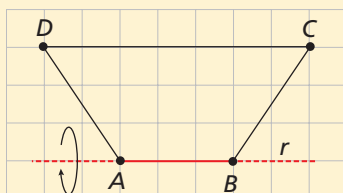
**153** Risolvi il problema.

**Dati**

$$AB + DC = 52 \text{ cm}$$

$$AB = \frac{5}{21} CD$$

$$A_{ABCD} = 312 \text{ cm}^2$$



**Incognite**

$$A_s$$

$$V_s$$

$$[1\,488\pi \text{ cm}^2; 4\,512\pi \text{ cm}^3]$$

**154** Di un trapezio isoscele sai che la somma delle basi misura 64 cm, la base minore è  $\frac{7}{25}$  della base maggiore e la diagonale è di 40 cm.

- Calcola le misure del perimetro e dell'area del trapezio.  $[124 \text{ cm}; 768 \text{ cm}^2]$
- Dimostra che l'angolo formato dalla diagonale con il lato obliquo è retto.
- Calcola la misura dell'area e del volume del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore.  $[3\,840\pi \text{ cm}^2; 21\,888\pi \text{ cm}^3]$

**155** Un trapezio isoscele avente la base maggiore di 65 cm e l'altezza di 8 cm viene fatto ruotare di  $360^\circ$  attorno alla base minore.

Sai che  $A_s$  di tutto il solido è  $1\,312\pi \text{ cm}^2$ .  
 Calcola la misura del volume  $V_s$  di tutto il solido.

$$[3\,520\pi \text{ cm}^3]$$

**156** Spiega perché, per trovare  $A_s$  e  $V_s$  del solido generato dalla rotazione completa di un trapezio isoscele attorno alla base minore, puoi usare le seguenti formule:

$$A_s = 2\pi r (a + h_{\text{cilindro}}) \quad V = \pi r^2 \left( h_{\text{cilindro}} - \frac{2}{3} h_{\text{cono}} \right)$$

**157** Un trapezio isoscele, in cui la differenza delle basi è 54 cm e l'altezza è 36 cm, viene fatto ruotare di  $360^\circ$  intorno alla base minore.

Immagina che il solido che si genera sia di argilla ( $\rho_s = 1,5$ ), che pesi  $104,976\pi \text{ kg}$  e che tu debba rivestirlo di stoffa.

Quanta te ne occorre?

$$[8\,424\pi \text{ cm}^2]$$

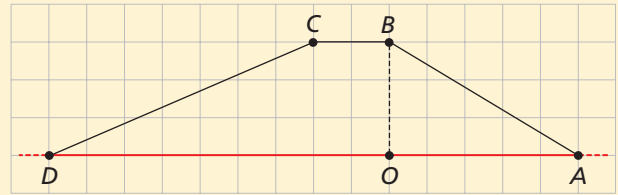
**158** Su un trapezio isoscele hai le seguenti informazioni:

- l'area è di  $3\,072 \text{ cm}^2$ ;
- l'altezza misura 48 cm;
- una base è  $\frac{7}{25}$  dell'altra.

- Calcola le misure del perimetro e delle diagonali del trapezio.  $[248 \text{ cm}; 80 \text{ cm}]$
- Dimostra che l'angolo formato dalla diagonale con il lato obliquo è retto.
- Calcola la misura dell'area della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore.  $[15\,360\pi \text{ cm}^2]$
- Calcola il rapporto tra la misura del volume del solido descritto nel punto c) e la misura del volume del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore.

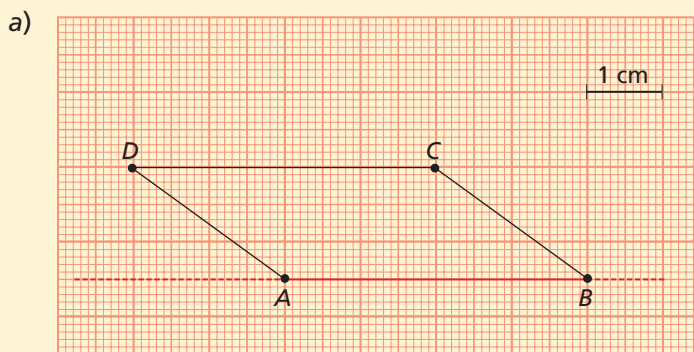
$$\left[ \frac{19}{13} \right]$$

- 159** Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio scaleno attorno alla base maggiore, sapendo che  $AB = 25$  cm,  $BC = 5$  cm ed  $OB = 24$  cm e  $OB = \frac{4}{5} CD$ . [1 560 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 7 680 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

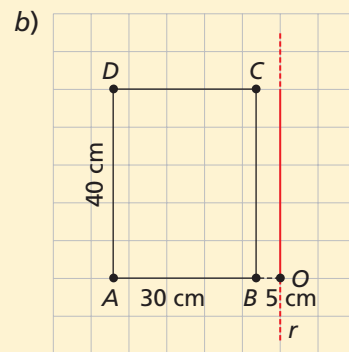


- 160** Un rombo ha le diagonali di 30 cm e 16 cm. Fai ruotare il rombo attorno alla diagonale maggiore di un angolo di 180°. Calcola le misure dell'area totale e del volume del solido ottenuto. [272 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 640 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 161** Disegna il solido che si ottiene facendo ruotare la figura piana di un giro completo attorno alla retta  $r$  e calcola le misure dell'area totale e del volume.

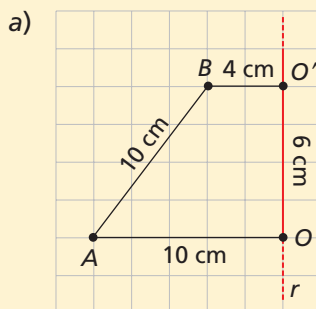


[19,5 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 9 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

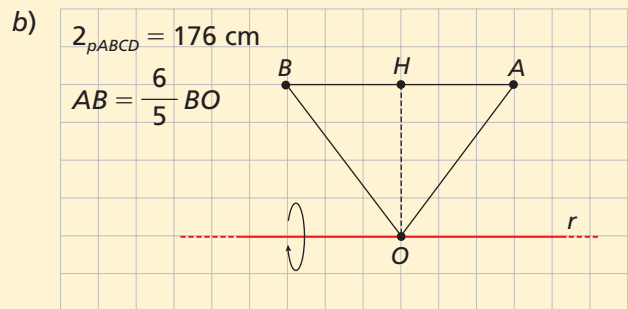


[5 600 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 48 000 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 162** Disegna il solido che si ottiene facendo ruotare la figura piana di un giro completo attorno alla retta  $r$ . Calcola poi le misure dell'area totale e del volume.



[256 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 312 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

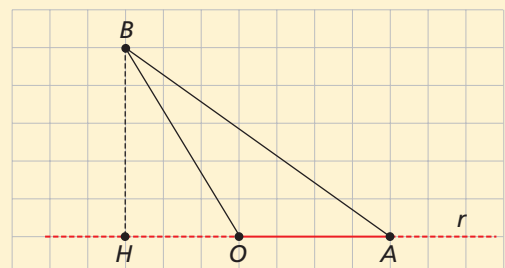


[10 648 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 85 184 $\pi$  cm<sup>3</sup>]

- 163** Nel triangolo rettangolo  $BHA$  i due cateti  $HA$  e  $BH$  misurano rispettivamente 72 cm e 21 cm.

Sapendo che  $HO$  è  $\frac{5}{13}$  di  $OA$ , calcola le misure dell'area totale e del volume del solido generato dalla rotazione completa del triangolo  $OAB$  attorno al lato  $OA$ .

[2 184 $\pi$  cm<sup>2</sup>; 7 644 $\pi$  cm<sup>3</sup>]



## Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

**164** Rispondi alle seguenti domande sul quaderno, dopo avere studiato.

- a) Che cos'è una sfera?      b) Che cos'è la superficie sferica?      c) Che cos'è il raggio di una sfera?

**165** Definisci la sfera come:

- a) solido di rotazione;      b) luogo (insieme) di punti.

**166** Rispondi alle seguenti domande.

Quando un punto è interno a una superficie sferica? Quando è esterno? Cosa puoi dire di un punto che appartiene alla superficie sferica?

## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

**167** Cerca nella realtà esempi materiali di sfera.

**168** Prova a pensare a un'arancia come alla rappresentazione reale di una sfera.

La sua buccia che cosa rappresenta? La .....

**169** Per rappresentare il pianeta Terra si usa il mappamondo. Sai dire di che solido si tratta?

**170** L'involucro del pianeta Terra si chiama superficie terrestre.

A quale modello geometrico può essere ricollegato? .....

**171** Supponi che la boccia dei pesci possa essere considerata una superficie sferica di centro  $O$  con un raggio di 3,5 cm.

a) Osserva il disegno e poi completa inserendo al posto dei puntini  $>$ ,  $<$  o  $=$ :

$OA$  ..... 3,5 cm       $OD$  ..... 3,5 cm

$OC$  ..... 3,5 cm       $OF$  ..... 3,5 cm

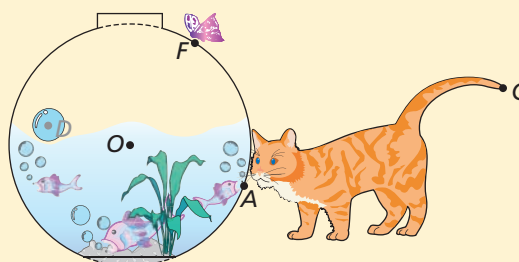
b) Ora completa inserendo: è *interno*, è *esterno*, *appartiene*.

Il punto  $A$  ..... alla superficie sferica.

Il punto  $C$  ..... alla superficie sferica.

Il punto  $D$  ..... alla superficie sferica.

Il punto  $F$  ..... alla superficie sferica.



**172** Risolvi i seguenti problemi utilizzando i dati in figura.

Supponendo che la Terra sia perfettamente sferica e sapendo che il raggio terrestre è circa 6 371 km, quanto deve misurare la distanza di un punto  $P$  dal centro della Terra affinché:

a) appartenga all'atmosfera terrestre?

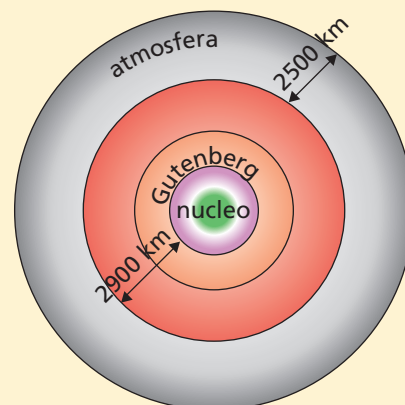
[ $8\,871\text{ km} > d > 6\,371\text{ km}$ ]

b) appartenga alla discontinuità Gutenberg (linea che separa il nucleo dal mantello)?

[ $3\,471\text{ km}$ ]

c) appartenga alla superficie terrestre?

[ $\approx 6\,371\text{ km}$ ]



## Posizioni reciproche di una retta e di una sfera; posizioni reciproche di un piano e di una sfera

Teoria a pag. 1014-G

### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

**173** Completa sul tuo quaderno.

- 1) Una retta si dice secante una sfera quando .....
- 2) Una retta si dice tangente a una sfera quando .....
- 3) Una retta si dice esterna a una sfera quando .....

**174** Date una sfera e una retta nello spazio, spiega che parametri usi per capire com'è la loro posizione reciproca.

**175** Completa sul tuo quaderno.

- 1) Un piano si dice tangente a una sfera quando .....
- 2) Un piano si dice esterno a una sfera quando .....
- 3) Un piano si dice secante una sfera quando .....

**176** Dati una sfera e un piano nello spazio, spiega che parametri usi per capire com'è la loro posizione reciproca.

**177** Riordina la seguente definizione di cerchio massimo mettendo i numeri nei quadratini:

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> il cerchio che si ottiene         | <input type="checkbox"/> il cerchio massimo è          |
| <input type="checkbox"/> piano che passa per il suo centro | <input type="checkbox"/> intersecando una sfera con un |

Copia ora la definizione che hai riordinato sul tuo quaderno.

**178** Completa inserendo: *maggiore, minore o uguale*.

Il raggio di un cerchio massimo sarà ..... a quello della sfera.

**179** Completa inserendo solo alcune delle seguenti espressioni: *cerchio secante, minore, semicerchio, cerchio massimo, sfera, circonferenza, cerchio, maggiore, raggio, diametro*.

- a) L'intersezione della sfera con un piano secante è sempre un .....
- b) Se il piano secante passa per il centro della sfera, il cerchio prende il nome di .....
- c) Se il piano secante non passa per il centro, esso determina una sezione che è sempre un .....  
che avrà raggio ..... del ..... della .....

### Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

**180** Considera una sfera che ha raggio  $r$  di 4 cm.

$h_1, h_2, h_3, h_4$  sono rispettivamente le distanze delle rette  $a, b, c, d$  dal centro della sfera.

Sapendo che:

$$h_1 = 5 \text{ cm}; \quad h_2 = 2,5 \text{ cm}; \quad h_3 = 0,1 \text{ dm}; \quad h_4 = 40 \text{ mm}.$$

Stabilisci com'è la posizione reciproca tra ciascuna retta e la sfera.

**181** Taglia in due un'arancia con un coltello.

A quale figura geometrica puoi ricondurre ciascuna sezione ottenuta?

**182** Disegna una possibile sezione che si può ottenere tagliando con un piano una sfera che ha raggio di 5 cm.

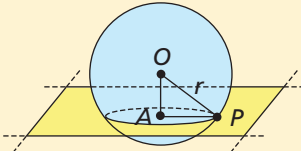
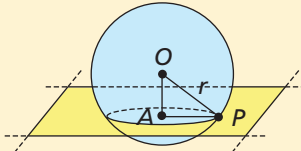
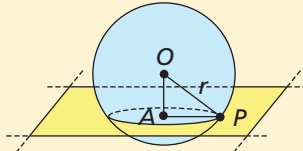
**183** Considera una sfera che ha raggio di 70 mm.

$d_1, d_2, d_3, d_4$  sono rispettivamente le distanze dei piani  $a, b, c, d$  dal centro della sfera. Sapendo che:

$$d_1 = 8 \text{ cm}; \quad d_2 = 4 \text{ dm}; \quad d_3 = 0,7 \text{ dm}; \quad d_4 = 0,02 \text{ m};$$

stabilisci com'è la posizione reciproca tra ciascun piano e la sfera.

### 184 Completa inserendo le misure mancanti.

$r = 5 \text{ cm}$ $AP = 4 \text{ cm}$ $AO = \dots\dots\dots \text{ cm}$ $A_{\text{cerchio sezione}} = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$ 	$r = \dots\dots\dots \text{ cm}$ $AP = \dots\dots\dots \text{ cm}$ $AO = 9 \text{ cm}$ $A_{\text{cerchio sezione}} = 144\pi \text{ cm}^2$ 	$r = 35 \text{ cm}$ $AP = \dots\dots\dots \text{ cm}$ $AO = 21 \text{ cm}$ $A_{\text{cerchio sezione}} = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$ 
---	--	---

### 185 Una sfera ha il raggio di 7 cm.

Che distanza deve avere una retta  $d$  dal centro della sfera affinché:

- a) sia esterna alla sfera?      b) sia tangente alla sfera?      c) sia secante la sfera?  
 [a)  $d > 7$ ; b)  $d = 7$ ; c)  $0 < d < 7$ ]

### 186 La distanza di una retta dal centro di una sfera è pari ai $\frac{3}{4}$ del raggio della sfera.

Com'è la loro posizione reciproca? Giustifica la risposta.

E se la distanza fosse pari ai  $\frac{4}{4}$  del raggio?

### 187 La distanza tra 2 piani paralleli è 24 cm. Tra i 2 piani è posta una sfera in modo tale che questi due piani siano contemporaneamente tangenti a essa.

Quanto misura il raggio di questa sfera? [12 cm]

### 188 Una sfera ha il raggio di 12 cm. Un piano la interseca e determina un cerchio sezione la cui circonferenza misura $24\pi$ cm.

Questo cerchio è un cerchio massimo? Perché?

### 189 Un piano interseca una sfera che ha il raggio di 35 cm. La distanza del piano dal centro della sfera è di 28 cm.

Quanto misura il raggio del cerchio sezione? [21 cm]

## Misura dell'area della superficie della sfera

Teoria a pag. 1018-G

### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

#### 190 Scrivi con parole tue come si calcola l'area della superficie di una sfera, poi traduci in formula.

#### 191 Quali dei seguenti elementi ti bastano per calcolare l'area della superficie della sfera?

- ☐ a) L'area laterale di un cilindro qualsiasi.      ☐ b) L'area laterale di un cilindro equilatero.  
☐ c) L'area laterale di un cilindro equilatero che ha per altezza il diametro della sfera.  
☐ d) L'area di un cerchio massimo.      ☐ e) L'area di un cerchio non massimo.

Spiega in ogni caso il perché della tua scelta.

#### 192 Qual è la formula esatta per il calcolo della misura del raggio conoscendo la misura dell'area della superficie $A$ di una sfera? Segnala con una crocetta.

- ☐ a)  $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ ;      ☐ b)  $r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}}$ ;      ☐ c)  $r = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$ .

#### 193 Scrivi con parole tue come calcoli il raggio di una sfera conoscendo la misura della sua area, poi traduci in formula.

## Esercizi per sviluppare le ABILITÀ

### Problemi diretti

**194** Completa la tabella.

$r$ (cm)	5	4	7	1
Applica la formula $4\pi r^2$	$4 \cdot \pi 5^2$	.....	.....	.....
A superficie sfera (cm <sup>2</sup> )	$100\pi$	.....	.....	.....

**195** Il raggio di una sfera misura 27 dm.

Calcola la misura dell'area della superficie della sfera.

[2 916 $\pi$  dm<sup>2</sup>]

**196** Dati i diametri delle sfere, calcola la misura dell'area della superficie.

a) 7 dm,  $A = \dots\dots\dots$  cm<sup>2</sup>.      b) 25 cm,  $A = \dots\dots\dots$  cm<sup>2</sup>.      c)  $2\sqrt{2}$  cm,  $A = \dots\dots\dots$  cm<sup>2</sup>.

**197** Il diametro di una sfera misura 18 mm.

Calcola la misura dell'area della superficie sferica.

[324 $\pi$  mm<sup>2</sup>]

**198** Una sfera è inscritta in un cilindro equilatero la cui circonferenza di base misura 24 $\pi$  cm.

Calcola la misura dell'area della superficie della sfera.

[576 $\pi$  cm<sup>2</sup>]

**199** L'area di un cerchio massimo di una sfera misura 196 $\pi$  cm<sup>2</sup>.

Calcola la misura dell'area della superficie della sfera.

[784 $\pi$  cm<sup>2</sup>]

**200** L'area di un cerchio è 441 $\pi$  cm<sup>2</sup>. Tale cerchio viene fatto ruotare di 180° intorno a un suo diametro.

Calcola la misura dell'area della superficie laterale del solido che si genera.

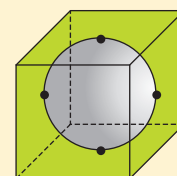
[1 764 $\pi$  cm<sup>2</sup>]

**201** Una sfera è inscritta in un cubo il cui volume è 1 728 cm<sup>3</sup>.

Calcola:

- a) la misura del raggio della sfera;  
b) la misura della superficie della sfera.

[ $r = 6$  cm;  $A = 144\pi$  cm<sup>2</sup>]



### Problemi inversi

**202** Completa la tabella.

$A$ (cm <sup>2</sup> )	324 $\pi$	144 $\pi$	4 $\pi$	576 $\pi$
Trova $r$ applicando la formula $r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}}$ (cm)	$r = \sqrt{\frac{324\pi}{4\pi}} = \sqrt{81} = 9$			

**203** Cancella le risposte sbagliate.

Se l'area della superficie di una sfera misura:

1) 100 $\pi$  cm<sup>2</sup> allora il raggio misura:

- ☐ a) 10 cm;      ☐ b) 5 cm;      ☐ c) 15 cm.

2) 64 $\pi$  cm<sup>2</sup> allora il raggio misura:

- ☐ a) 4 cm;      ☐ b) 5 cm;      ☐ c) 6 cm.

**204** L'area della superficie di una sfera misura  $400\pi \text{ cm}^2$ .

Calcola la misura del raggio.

[10 cm]

**205** Una sfera ha l'area di  $50,24 \text{ dm}^2$ .

Calcola la misura del suo raggio in cm.

[ $r = 20 \text{ cm}$ ]

**206** La misura dell'area della superficie di una sfera è  $625\pi \text{ cm}^2$ .

Quanto misura la circonferenza di un cerchio massimo?

[ $25\pi \text{ cm}$ ]

**207** Completa la seguente affermazione: se il rapporto tra i raggi di due sfere è  $\frac{r}{r_1}$ , il rapporto tra le corrispondenti aree sarà  $\frac{r^2}{r_1^2}$ .

**208** Il rapporto tra le aree della superficie di una pallina da ping-pong e di un pallone da pallamano è  $\frac{1}{25}$ .  
Se l'area della pallina da ping-pong misura  $144\pi \text{ mm}^2$ , quant'è il rapporto tra i raggi delle 2 palle?

$\left[ \frac{1}{5} \right]$

**209** Supponi che la Terra sia sferica anche se in realtà non lo è.

Calcola quant'è lungo l'Equatore sapendo che la superficie terrestre è di  $5101 \cdot 10^5 \text{ km}^2$ .

[ $\approx 40021 \text{ km}$ ]

### Problemi misti

**210** Completa la tabella.

a)

Raggio	Area della superficie della sfera	Area del cerchio massimo
23 cm	..... $\text{cm}^2$	..... $\text{cm}^2$
..... cm	$576\pi \text{ cm}^2$	..... $\text{cm}^2$
..... cm	..... $\text{cm}^2$	$2601\pi \text{ cm}^2$
$\frac{7}{2} \text{ cm}$	..... $\text{cm}^2$	..... $\text{cm}^2$

b)

Altezza cilindro equilatero circoscritto alla sfera (cm)	Area superficie della sfera ( $\text{cm}^2$ )	Raggio sfera inscritta (cm)
31 cm	.....	.....
$\frac{6}{5} \text{ cm}$	.....	.....
.....	.....	3 cm
.....	$14161\pi \text{ cm}^2$	.....

**211** Luca vuole dipingere una boccia di vetro che ha il raggio di 17 cm.

Il negoziante gli ha detto che il barattolo di vernice basta per dipingere una finestra quadrata con il lato di 35 cm.

a) La vernice che ha comprato Luca sarà sufficiente per dipingere la boccia?

[no]

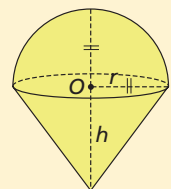
b) Se non basta, quanti barattoli dovrà comprare?

[3]

**212** Calcola la superficie laterale del solido in figura, sapendo che:

$$r = 6 \text{ cm} \quad h = \frac{4}{3} r$$

[ $132\pi \text{ cm}^2$ ]



**213** La superficie totale di un cubo misura  $384 \text{ cm}^2$ .

Sapendo che il raggio di una sfera è pari ai  $\frac{3}{5}$  dello spigolo del cubo, quanto vale la misura dell'area della superficie della sfera?

[ $A = 92,16\pi \text{ cm}^2$ ]

**214** Esegui quanto segue.

- a) Calcola la misura del raggio di una sfera la cui superficie è  $\frac{3}{4}$  della superficie laterale di un cilindro che ha il volume di  $96\pi \text{ cm}^3$  e l'altezza di 6 cm. [3 cm]
- b) Verifica che il risultato della seguente equazione, espresso in cm, è uguale al risultato del problema.

$$3x + 2(-x - 3) = 5 - 2(x + 1)$$

- c) Calcola il risultato numerico della seguente espressione letterale, sostituendo alla lettera  $x$  il valore del raggio di base del cilindro e alla lettera  $y$  il valore del raggio della sfera.  
Verifica che il risultato, in cm, è uguale al raggio della sfera.

$$y^2 : \left(-\frac{1}{5}y\right) + \frac{5}{4}x^2y \cdot \left(-\frac{1}{8}x\right)^2 + \frac{1}{3}y^5 \cdot (-x^2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{x^2y}\right)^3$$

**Misura del volume di una sfera**

Teoria a pag. 1020-G

**Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE****215** Rispondi alle seguenti domande.

- a) Cosa trovi moltiplicando  $r^3$  per  $\frac{4}{3}\pi$ ?      b) Come trovi il volume  $V$  di una sfera di raggio  $r$ ?

**216** Trova l'errore nella seguente formula per il calcolo del volume di una sfera:  $V = 4\pi r^3$ .

Dopo averla corretta, riscivila sul tuo quaderno.

**217** La seguente affermazione è vera o falsa? Giustifica la tua risposta.

«Conoscere la formula per il calcolo del volume di un cono qualsiasi permette di ricavare la formula per il calcolo del volume di una sfera, che avrà il raggio uguale al raggio di base del cono».

**218** Segna con una crocetta la risposta esatta.Se conosci il volume  $V$  di una sfera la formula per trovare il raggio è:

[a]  $r = \sqrt{\frac{3}{4} \frac{\pi}{V}}$ ;      [b]  $r = \sqrt[3]{\frac{4}{3} \frac{V}{\pi}}$ ;      [c]  $r = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \frac{V}{\pi}}$ .

**219** Conoscere il volume di un cono inscritto in una semisfera è sufficiente per trovare il volume della sfera?

Giustifica la tua risposta.

**Esercizi per sviluppare le ABILITÀ***Problemi diretti***220** Se in una sfera il raggio misura 6 cm, allora il volume è:

[a]  $V = \frac{4}{3}\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi \frac{12}{1} = 48\pi \text{ cm}^3$ ;

[b]  $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 216 = 288\pi \text{ cm}^3$ ;

[c]  $V = \frac{3}{4}\pi r^3 = \frac{3}{4}\pi 216 = 162\pi \text{ cm}^3$ .

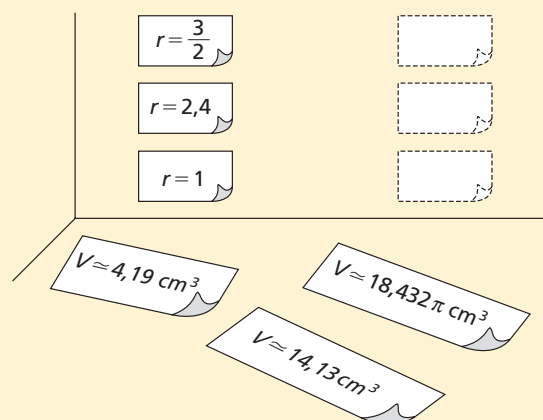
**221** Calcola la misura del volume di una sfera che ha il diametro di 12 cm.[ $288\pi \text{ cm}^3$ ]**222** Una sfera ha il raggio di 18 cm. Calcola la misura del suo volume.[ $7\,776\pi \text{ cm}^3$ ]**223** Una sfera ha il raggio di 0,3 cm. Calcola la misura del suo volume in  $\text{mm}^3$ .[ $36\pi \text{ mm}^3$ ]

**224** Sulla parete di un'aula scolastica sono stati appesi dei foglietti, disposti su due colonne.

Sulla prima colonna vi sono i raggi di alcune sfere e sulla seconda i corrispondenti volumi.

Per strane circostanze, indipendenti dalla prof., i foglietti con i volumi si sono staccati.

Rimettili al loro posto.



**225** Calcola quanto pesa una palla (sfera) di legno ( $\rho_s = 0,8$ ) sapendo che ha diametro di 24 cm.

[5 787,6 g]

**226** Una sfera di metallo ( $\rho_s = 7,1$ ) ha una superficie di  $144\pi \text{ cm}^2$ .

Calcola quanto pesa in kg.

[6,420 kg]

**227** La densità della Terra è all'incirca  $5,5 \text{ g/cm}^3$  (la densità è il rapporto tra la massa e il volume) e sai che il raggio terrestre medio è 6 371 km.

Supponi che la Terra sia sferica e calcola quant'è la sua massa media.

[ $5,9 \cdot 10^{27} \text{ g}$ ]

**228** L'area di un cerchio massimo di una sfera è  $706,5 \text{ cm}^2$ .

Calcola la misura del volume.

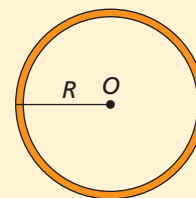
[ $V = 4 500\pi \text{ cm}^3$ ]

**229** Un contenitore sferico è stato tagliato a metà. Osserva la sezione del contenitore in figura. Il raggio della superficie esterna misura 10,7 cm e lo spessore è di 1,7 cm.

a) Calcola la misura del volume di acqua che possiamo mettere nel contenitore per riempirlo.

b) Calcola la misura dell'area della superficie piana che in figura è colorata in arancione.

[ $V = 972\pi \text{ cm}^3 \approx 3 052,08 \text{ cm}^3$ ;  $A = 33,49\pi \text{ cm}^2$ ]



**230** In un palloncino sgonfio vengono inseriti i seguenti solidi:

a) una sfera di raggio 15 mm;

b) una piramide quadrangolare regolare alta 9 mm e con lo spigolo di base di 7 mm;

c) un cubo che ha il lato di 2 cm.

Una volta gonfiato, il palloncino diventa una sfera con il diametro di 18 cm.

Calcola la misura del volume dello spazio vuoto in  $\text{dm}^3$ .

[ $V \approx 3,03 \text{ dm}^3$ ]

**231** Il raggio medio della Terra è 6 371 km, quello della Luna è 1 738 km. Considera i due corpi sferici e calcola il rapporto tra le loro superfici e quello tra i loro volumi.

[ $\approx 13$ ;  $\approx 49$ ]

**232** Il peso di un oggetto sulla Terra è 6 volte il peso che lo stesso oggetto avrebbe sulla Luna.

Calcola quanto peserebbe sulla Luna un ciottolo sferico ( $\rho_s = 5$ ) del diametro di 60 mm trovato sulle rive del Ticino.

[94,2 g]

**233** Una sfera è inscritta in un cubo il cui volume è  $216 \text{ cm}^3$ .

Quanto misura la parte di volume del cubo che non è occupata dalla sfera?

[ $102,96 \text{ cm}^3$ ]

**234** Osserva il disegno.

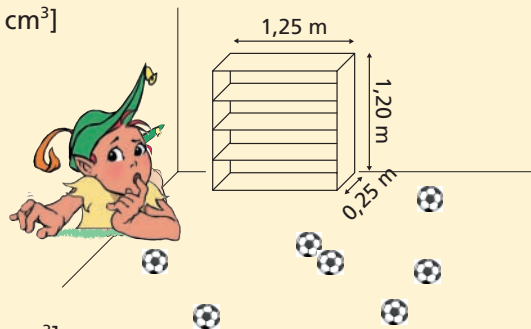
Gustavo sta trovando qualche difficoltà.

Il preside infatti gli ha chiesto di fargli sapere quanti palloni con raggio di 12 cm si possono disporre nel nuovo armadio comprato dalla scuola. Cerca di aiutarlo.

Dopo avere sistemato i palloni, quanto misurerà il volume dello spazio che resta vuoto?

Nei tuoi calcoli trascura lo spessore degli scaffali.

[5 per scaffale;  $230 308,8 \text{ cm}^3$ ]



## Problemi inversi

**235** Una sfera ha il volume di  $288\pi \text{ cm}^3$ .

Quanto misura il raggio della sfera?

[6 cm]

**236** Calcola la misura del diametro di una sfera che ha il volume di  $113,04 \text{ cm}^3$ .

[6 cm]

**237** Quanto misura il raggio di una semisfera che ha il volume che misura  $18\pi \text{ cm}^3$ ?

[ $r = 3 \text{ cm}$ ]

**238** Una sfera di marmo ( $\rho_s = 2,7$ ) pesa 38 151 g.

Calcola la misura del suo diametro.

[30 cm]

**239** Una perla ( $\rho_s = 2,7$ ) pesa  $0,7776\pi \text{ g}$ .

Calcola quanti  $\text{mm}^2$  è la sua superficie.

[ $144\pi \text{ mm}^2$ ]

**240** Per ogni volume ti vengono dati 2 raggi, cancella quello sbagliato.

$$V \cong 8,37 \cdot \sqrt{2} \text{ cm}^3 \quad \begin{cases} r = 2\sqrt{2} \text{ cm} \\ r = \sqrt{2} \text{ cm} \end{cases}$$

$$V \cong 4\pi \text{ cm}^3 \quad \begin{cases} r = \sqrt[3]{3} \text{ cm} \\ r = 3 \text{ cm} \end{cases}$$

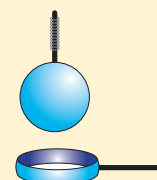
**241** Inserisci i dati mancanti relativi a una sfera.

Raggio sfera (cm)	Volume sfera ( $\text{cm}^3$ )	Superficie sfera ( $\text{cm}^2$ )
$\frac{6}{4}$	.....	.....
.....	$0,288\pi$	.....
.....	.....	$5,76\pi$

Raggio sfera (cm)	Volume sfera ( $\text{cm}^3$ )	Volume cono inscritto nella semisfera ( $\text{cm}^3$ )
3,3	.....	.....
.....	.....	$1,125\pi$
.....	$12,348\pi$	.....

**242** Una sfera che ha  $V = 14,13 \text{ cm}^3$  passa attraverso un anello del diametro di 20 mm?

Giustifica la tua risposta.



**243** Una palla che ha il volume di circa  $113,04 \text{ cm}^3$  ( $36\pi \text{ cm}^3$ ) sta in una scatola cubica che ha:

- la superficie laterale di  $196 \text{ cm}^2$ ? Perché?
- la superficie totale di  $121,5 \text{ cm}^2$ ? Perché?
- il volume di  $125 \text{ cm}^3$ ? Perché?

## Parti di una superficie sferica e di una sfera

Teoria a pag. 1023-G

### Esercizi per sviluppare le CONOSCENZE

**244** Collega gli elementi con le loro definizioni.

1) è la parte di superficie sferica compresa tra due semipiani che hanno l'origine nello stesso diametro

2) è la parte di superficie sferica compresa tra due piani secanti tra loro paralleli

3) è ciascuna delle 2 parti in cui resta divisa la superficie sferica da un piano secante

a) calotta sferica

b) zona sferica

c) fuso sferico

**245** Completa le definizioni sul tuo quaderno.

- a) Il segmento sferico a una base è ..... b) Il segmento sferico a due basi è .....  
c) Lo spicchio sferico è ..... d) Che cos'è un'emisfera? .....

**Esercizi per sviluppare le ABILITÀ**

**246** Sottolinea quali tra i seguenti oggetti può rappresentare nella realtà un segmento sferico a 2 basi.

- a) Un melone dopo che gli hai tagliato i 2 poli; b) un pallone da basket;  
c) una scodella colma di latte; d) il guscio di una tartaruga;  
e) una bacinella colma di sabbia; f) la parte di Terra tra i 2 circoli polari.

**247** Trova nella realtà esempi di:

- a) calotte sferiche; b) spicchi sferici; c) fusi sferici; d) segmenti sferici a due basi.

Per risolvere i seguenti problemi puoi usare le formule a pag. 1025-G e 1026-G

**248** Una calotta sferica è alta 3 cm.

Calcola la misura dell'area della superficie sapendo che appartiene a una sfera con il raggio di 7 cm.  
[ $42\pi \text{ cm}^2$ ]

**249** Un segmento sferico a una base è alto 3 cm.

Calcola la misura del volume sapendo che appartiene a una sfera con il raggio di 7 cm. [54π cm³]

**250** Uno spicchio sferico ampio 36° appartiene a una sfera con il raggio di 6 cm.

Calcola la misura dell'area della superficie e il volume. [A = 14,4π cm²; V = 28,8π cm³]

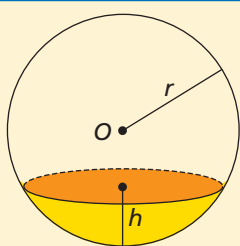
**251** Un pompelmo viene tagliato in 9 spicchi tra loro identici.

Calcola la misura del volume di ciascuno spicchio sapendo che il raggio del pompelmo è circa 3 cm.  
[4π cm³]

**252** Abbina le seguenti misure di volume alle figure corrispondenti:  $V \cong 33,87\pi \text{ cm}^3$ ,  $V \cong 1,67\pi \text{ cm}^3$ .

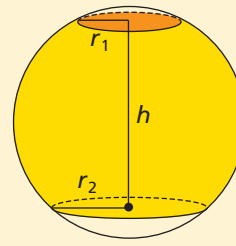
- a)  $r = 2$   
 $h = 1$

$V \cong \dots \text{ cm}^3$



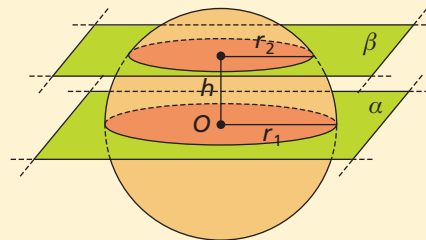
- b)  $r = 3 \text{ cm}$   
 $r_1 = 1,5 \text{ cm}$   
 $r_2 = 2 \text{ cm}$   
 $h = 4,83 \text{ cm}$

$V \cong \dots \text{ cm}^3$



**253** Un piano  $\alpha$  passa per il centro di una sfera con il volume di  $4\,500\pi \text{ cm}^3$ . Un altro piano  $\beta$ , parallelo ad  $\alpha$ , taglia la sfera a una distanza di 9 cm dal centro.

Determina la misura dell'area della superficie e del volume del solido compreso tra i 2 piani. [A = 270π cm²; V = 1 782π cm³]



**254** Se unisci le basi di 2 calotte sferiche che hanno altezza 3 cm e area di base  $16\pi \text{ cm}^2$ , il solido che ottieni è una superficie sferica?

Giustifica la tua risposta.

**255** Il raggio terrestre è circa 6 372 km.

Sulla superficie terrestre sono stati individuati 24 fusi orari. Quanto misura all'incirca l'area del fuso orario in cui si trova l'Italia? [A ≈ 21 248 581 km²]