

Gli insiemi

■ Il concetto di insieme

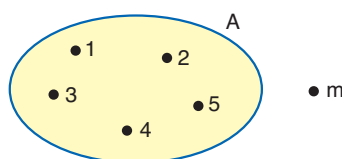
Un **insieme** è un gruppo di **elementi** (oggetti, persone, numeri...) che hanno queste caratteristiche:

- sono distinti fra loro;
- si può sempre stabilire se un elemento fa parte dell'insieme oppure no.

Gli insiemi vengono indicati con lettere maiuscole: $A, B, C, \dots$

Gli elementi di un insieme sono indicati con lettere minuscole: $a, b, c, \dots$

■ Simboli di appartenenza e di non appartenenza



$$1 \in A$$

Si legge: 1 **appartiene** all'insieme A .

$$m \notin A$$

Si legge: m **non appartiene** all'insieme A .

► insieme

set
ensemble
conjunto
集合
مجموعة

► elementi

members
or elements
éléments
elementos
因素
العناصر

► appartiene

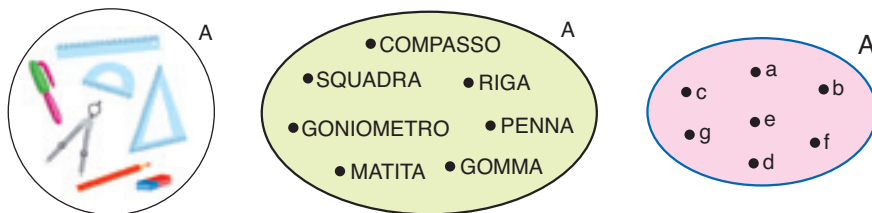
is in
appartient
pertenece
属于 (I属于A集合)
يُشتمل لي

► non appartiene

is not in
n'appartient pas
no pertenece
不属于 (m不属于A集合)
لا يُشتمل لي

Rappresentazione di un insieme

a) **Rappresentazione grafica di un insieme** (**diagramma** di Eulero-Venn)



b) **Rappresentazione per elencazione (o tabulare) di un insieme**

$A = \{\text{lunedì, martedì, mercoledì, giovedì, venerdì, sabato, domenica}\}$

oppure

$A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$.

c) **Rappresentazione per caratteristica**

$B = \{x | x \text{ è una regione italiana}\}$.

Si legge: l'insieme B è formato da tutti gli elementi x tali che ogni x è una regione italiana.

Insiemi finiti, insiemi infiniti e insieme vuoto

- Un insieme si dice **finito** quando è possibile fare un elenco completo degli elementi che lo compongono.
- Un insieme si dice **infinito** quando non è possibile fare un elenco completo degli elementi che lo compongono.
- Un insieme si dice **vuoto** quando non ha elementi. Si rappresenta con il simbolo $\emptyset$ oppure $\{\}$.

► rappresentazione grafica

drawing
représentation
graphique
representación gráfica
图解
رسم بياني

► diagramma

diagram
diagramme
diagrama
图表
رسم تخطيطي

► rappresentazione per elencazione

extensional
definition or roster
notation
notation en extension
determinación
por extensión
列表/制表
تمثيل بالقائمة أو الجدول

► tabulare

tabular
tabulaire
tabular
列表/制表
تمثيل بالقائمة أو الجدول

► rappresentazione per caratteristica

intensional
definition or set
builder notation
notation en
compréhension
determinación
por comprensión
特性表
تمثيل بالسمات

► (insieme) finito

finite
fini
finito
穷的集合
محدود

► (insieme) infinito

infinite
infini
infinito
无穷的集合
غير محدود

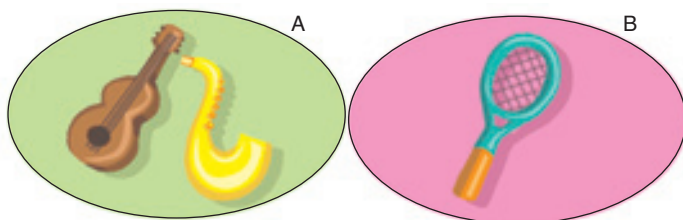
► (insieme) vuoto

empty
vide
vacío
空的集合
مجموعة فارغة

Relazioni tra insiemi

a) Insiemi disgiunti

Due insiemi si dicono disgiunti quando non hanno elementi in comune.

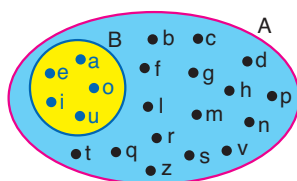


b) Sottoinsieme di un insieme

Un insieme non vuoto B si dice che è un sottoinsieme dell'insieme A quando ogni elemento di B è anche un elemento di A .

Si scrive: $B \subseteq A$,

si legge: B è contenuto in A .



c) Insiemi uguali

Due insiemi A e B si dicono uguali quando sono formati dagli stessi elementi.

Si scrive: $A = B$.

$A = \{i, u, o, a, e\}$;

$B = \{a, o, e, i, u\}$.

insiemi disgiunti

disjoint sets
ensembles disjoints
conjuntos desunidos
分开的集合
مجموعتان متفارقتان

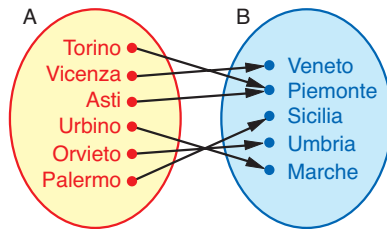
sottoinsieme

subset
sous-ensemble
subconjunto
内集合
مجموعة جزئية

Corrispondenze fra insiemi

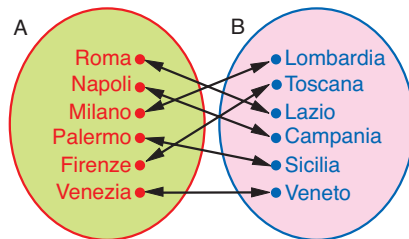
a) Corrispondenza univoca

Dati due insiemi A e B , si dice che fra i due insiemi si stabilisce una corrispondenza univoca quando esiste una legge che associa a ogni elemento di A uno e un solo elemento di B .



b) Corrispondenza biunivoca

Dati due insiemi A e B , si dice che fra i due insiemi si stabilisce una corrispondenza biunivoca quando esiste una legge che associa a ogni elemento di A uno e un solo elemento di B e, viceversa, a ogni elemento di B uno e un solo elemento di A .



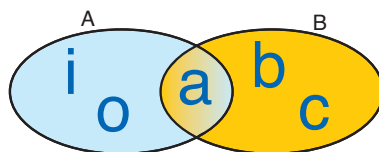
Se due insiemi sono in corrispondenza biunivoca si dicono **equipotenti**.

Operazioni con gli insiemi

a) Unione di insiemi

Si dice unione di due insiemi A e B l'insieme formato da tutti gli elementi che appartengono ad A e a B , prendendo gli elementi comuni una volta sola.

Si scrive: $A \cup B = C$,
si legge: A unito a B è uguale a C .



$$A = \{a, i, o\}; \quad B = \{a, b, c\}; \quad A \cup B = C = \{a, i, o, b, c\}.$$

► corrispondenza univoca

injection
correspondance
univoque
correspondencia
unívoca
单值对应
مطابقة أحادية

► corrispondenza biunivoca

bijection
correspondance
biunivoque
correspondencia
biunívoca
一一对应
مطابقة ثنائية

► ((insiemi) equipotenti

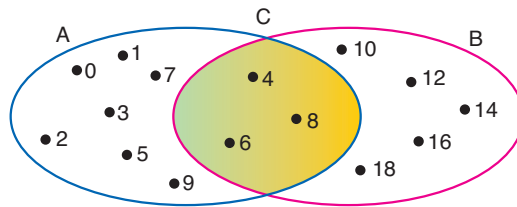
equipotent
équipotents
equipotentes
相等
مقابلة

b) Intersezione di insiemi

Si dice intersezione di due insiemi A e B l'insieme formato dagli elementi comuni ad A e B .

Si scrive: $A \cap B = C$,

si legge: A intersecato B è uguale a C .



$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\};$$

$$B = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\};$$

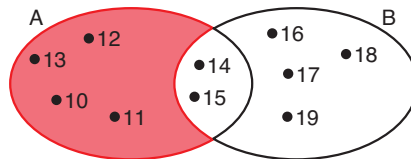
$$A \cap B = C = \{4, 6, 8\}.$$

c) Differenza di insiemi

Si dice differenza tra gli insiemi A e B l'insieme C formato dagli elementi di A che non appartengono a B .

Si scrive: $A - B = C$,

si legge: A meno B è uguale a C .



$$A - B = C = \{10, 11, 12, 13\}.$$

► intersezione

intersection

intersection

intersección

(集合的) 交叉点

تقاطع

I numeri relativi

■ L'insieme dei numeri naturali

L'insieme dei numeri naturali è detto di **insieme $\mathbb{N}$** .

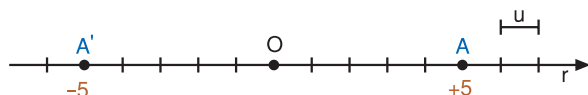
■ L'insieme dei numeri interi relativi

I numeri interi preceduti da un **segno $+$** oppure da un **segno $-$** si dicono **numeri interi relativi**.

$+5$ e -5 sono **numeri interi relativi**;
 $+5$ è un **numero intero positivo**;
 -5 è un **numero intero negativo**.

L'insieme dei numeri interi relativi è detto **insieme $\mathbb{Z}$** .

I numeri interi relativi possono essere rappresentati su una retta orientata.



■ L'insieme dei numeri razionali relativi

I **numeri razionali assoluti** sono i numeri che si possono scrivere sotto forma di frazione, cioè sono i numeri interi, decimali limitati e decimali periodici. L'insieme dei numeri razionali assoluti è detto **insieme $\mathbb{Q}_a$** .

► **numero intero positivo**

positive integer
 nombre entier positif
 número entero positivo
 正整数
 أعداد صحيحة موجبة

► **numero intero negativo**

negative integer
 nombre entier négatif
 número entero negativo
 反整数
 أعداد صحيحة سالبة

► **insieme $\mathbb{Z}$**

$\mathbb{Z}$ set
 ensemble $\mathbb{Z}$
 conjunto $\mathbb{Z}$
 $\mathbb{Z}$ 集合
 مجموعة $\mathbb{Z}$

► **numeri razionali assoluti**

uncountable rational numbers
 nombres rationnels absolus
 números racionales absolutos
 绝对有理数
 أعداد جذرية مطلقة

► **insieme $\mathbb{Q}_a$**

$\mathbb{Q}_a$ set
 ensemble $\mathbb{Q}_a$
 conjunto $\mathbb{Q}_a$
 $\mathbb{Q}_a$ 集合
 مجموعة $\mathbb{Q}_a$

► **insieme $\mathbb{N}$**

$\mathbb{N}$ set
 ensemble $\mathbb{N}$
 conjunto $\mathbb{N}$
 $\mathbb{N}$ 集合
 مجموعة

► **segno $+$**

plus sign
 signe plus
 signo más
 正号
 علامة $+$

► **segno $-$**

minus sign
 signe moins
 signo menos
 反号
 علامة $-$

► **numeri interi relativi**

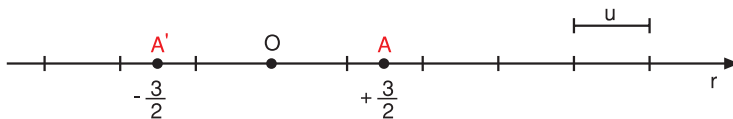
relative integers
 nombres entiers relatifs
 números enteros relativos
 相对整数
 أعداد صحيحة نسبية

I numeri razionali preceduti da un **segno +** oppure da un **segno -** si dicono **numeri razionali relativi**.

$+\frac{1}{5}$ e $-\frac{1}{5}$ sono **numeri razionali relativi**;
 $+\frac{1}{5}$ è un **numero razionale positivo**;
 $-\frac{1}{5}$ è un **numero razionale negativo**.

L'insieme dei numeri razionali relativi è detto **insieme $\mathbb{Q}$** .

I numeri razionali relativi possono essere rappresentati su una retta orientata.



■ L'insieme dei numeri reali relativi

I numeri decimali illimitati non periodici si dicono **irrazionali assoluti**.

L'insieme dei numeri irrazionali assoluti prende il nome di **insieme $\mathbb{I}_a$** .

I numeri irrazionali preceduti da un **segno +** oppure da un **segno -** si dicono **numeri irrazionali relativi**.

$+\sqrt{2} = 1,414213$ e $-\sqrt{2} = -1,414213$ sono **numeri irrazionali relativi**;
 $+\sqrt{2} = 1,414213$ è un **numero irrazionale positivo**;
 $-\sqrt{2} = -1,414213$ è un **numero irrazionale negativo**.

► **numeri razionali relativi**

relative rational numbers
 nombres rationnels relatifs
 números racionales relativos
 相对有理数
 أعداد جذرية نسبية

► **numero razionale positivo**

positive rational number
 nombre rationnel positif
 número racional positivo
 正的有理数
 عَدَدٌ جُذْرِيٌّ مُوجِبٌ

► **numero razionale negativo**

negative rational number
 nombre rationnel négatif
 número racional negativo
 反的有理数
 عَدَدٌ جُذْرِيٌّ سَالِبٌ

► **insieme $\mathbb{Q}$**

$\mathbb{Q}$ set
 ensemble $\mathbb{Q}$
 conjunto $\mathbb{Q}$
 $\mathbb{Q}$ 集合
 مجموعة $\mathbb{Q}$

► **(numeri) irrazionali assoluti**

uncountable irrational numbers
 nombres irrationnels absolus
 irracionales absolutos
 绝对无理数
 أعداد غير جذرية مُطْلَقَة

► **insieme $\mathbb{I}_a$**

$\mathbb{I}_a$ set
 ensemble $\mathbb{I}_a$
 conjunto $\mathbb{I}_a$
 $\mathbb{I}_a$ 集合
 مجموعة $\mathbb{I}_a$

► **numeri irrazionali relativi**

relative irrational numbers
 nombres irrationnels relatifs
 números irracionales relativos
 相对无理数
 أعداد غير جذرية نسبية

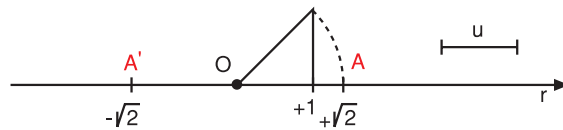
► **numero irrazionale positivo**

positive irrational number
 nombre irrationnel positif
 número irracional positivo
 正无理数
 عَدَدٌ جُذْرِيٌّ مُوجِبٌ

► **numero irrazionale negativo**

negative irrational number
 nombre irrationnel négatif
 número irracional negativo
 反无理数
 عَدَدٌ جُذْرِيٌّ سَالِبٌ

L'insieme dei numeri irrazionali relativi prende il nome di **insieme I**.
I numeri irrazionali relativi possono essere rappresentati su una retta orientata.



L'insieme dei numeri irrazionali relativi I e l'insieme dei numeri razionali relativi Q costituiscono l'**insieme dei numeri reali relativi R**:

$$R = Q \cup I.$$

■ Confronto di numeri relativi

$+ 23$
 ↙ ↘
 segno valore aritmetico

- Sono **numeri relativi concordi** (stesso segno):
 $\left(+\frac{5}{2}\right)$ e $(+6)$; (-16) e $\left(-\frac{1}{3}\right)$.
- Sono **numeri relativi discordi** (segno diverso):
 $\left(+\frac{1}{5}\right)$ e $\left(-\frac{3}{2}\right)$; (-4) e $\left(+\frac{1}{9}\right)$.
- Sono **numeri relativi uguali** (stesso segno e stesso valore aritmetico):
 $(+9)$ e $(+9)$; $\left(-\frac{9}{10}\right)$ e $\left(-\frac{9}{10}\right)$.
- Sono **numeri relativi opposti** (stesso valore aritmetico e segno diverso):
 $(+3)$ e (-3) ; $\left(-\frac{1}{4}\right)$ e $\left(+\frac{1}{4}\right)$.

Ricorda:

- ogni numero positivo è maggiore di zero e ogni numero negativo è minore di zero;
- ogni numero positivo è maggiore di ogni numero negativo;
- di due numeri positivi disuguali, è maggiore quello che ha valore aritmetico maggiore;
- di due numeri negativi disuguali, è maggiore quello che ha valore aritmetico minore.

▶ numeri relativi uguali

equal relative numbers
nombres relatifs égaux
números relativos iguales
同样相对数
أعداد نسبية متساوية

▶ numeri relativi opposti

opposite relative numbers
nombres relatifs opposés
números relativos opuestos
相反相对数
أعداد نسبية متقابلة

▶ Insieme I

I set
ensemble I
conjunto I
I集合
مجموعة I

▶ insieme dei numeri reali relativi R

set R of real numbers
ensemble des
nombres réels relatifs
conjunto R de los
números reales
relativos
相对实数的R集合
مجموعة أعداد حقيقية نسبية

▶ numeri relativi concordi

concordant relative
numbers
nombres relatifs
de même signe
números relativos
concordes
一样相对数
أعداد نسبية لنفس العلامة

▶ numeri relativi discordi

discordant relative
numbers
nombres relatifs
de signe contraire
números relativos
discordes
不一样相对数
أعداد نسبية لعلامة مختلفة

Le operazioni con i numeri relativi

■ Addizione di numeri relativi

La somma di due **numeri concordi**, cioè con lo stesso segno, è il numero relativo che ha per segno lo stesso segno e per valore aritmetico la somma dei valori aritmetici.

$$\begin{aligned} (+4) + (+2) &= (+6); \\ (-5) + (-2) &= (-7). \end{aligned}$$

La somma di due **numeri discordi**, cioè con segno diverso, è il numero che ha per segno il segno del numero con valore aritmetico maggiore e per valore aritmetico la differenza dei valori aritmetici.

$$\begin{aligned} (+5) + (-4) &= (+1); \\ (+5) + (-8) &= (-3). \end{aligned}$$

■ Somma di più numeri relativi

$$(+5) + (-1) + (-2) = (+4) + (-2) = (+2);$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right) + \left(+\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{4}{10}\right) + \left(+\frac{15}{10}\right) + \left(-\frac{6}{10}\right) = \left(+\frac{11}{10}\right) + \left(-\frac{6}{10}\right) = \left(+\frac{5}{10}\right) = \left(+\frac{1}{2}\right).$$

■ Sottrazione di numeri relativi e addizione algebrica

La differenza di due numeri relativi si ottiene addizionando al primo l'opposto del secondo.

L'addizione e la sottrazione di numeri relativi si possono considerare come un'unica operazione detta **addizione algebrica**.

► numeri concordi

concordant numbers
nombres de même
signe

números concordes

一样相对数

أعداد نسبية لنفس العلامة

► numeri discordi

discordant numbers
nombres de signe
contraire

números discordes

不一样相对数

أعداد نسبية لعلامة مختلفة

► addizione algebrica

algebraic addition

addition algébrique

suma algebraica

代数加法

جمع جبري

Il risultato dell'addizione algebrica è detto **somma algebrica**.

$$\begin{aligned} (+9) - (+5) &= (+9) + (-5) = (+4); \\ (+5) - (-3) &= (+5) + (+3) = (+8); \\ (-2) - (+7) &= (-2) + (-7) = (-9); \\ (-6) - (-8) &= (-6) + (+8) = (+2). \end{aligned}$$

► **somma**

algebrica

algebraic sum

somme algébrique

suma algebraica

代数总数

مجموع جبري

■ Moltiplicazione di numeri relativi

Il prodotto di due numeri relativi è il numero relativo che ha per valore aritmetico il prodotto dei valori aritmetici e, per segno, + o - secondo la **regola dei segni**.

	·	+	-
+	+	+	-
-	-	-	+

Cioè: + per + = + → $+(4) \cdot (+6) = +24$;
 + per - = - → $+(3) \cdot (-5) = -15$;
 - per + = - → $-(2) \cdot (+10) = -20$;
 - per - = + → $-(8) \cdot (-7) = +56$.

■ Prodotto di più numeri relativi

Il prodotto di più numeri relativi si ottiene moltiplicando il primo numero per il secondo, il risultato ottenuto per il terzo, il nuovo risultato per il quarto, e così di seguito fino all'ultimo numero.

$$(-3) \cdot (+8) \cdot (-2) = (-24) \cdot (-2) = +48.$$

■ Divisione di numeri relativi

Il quoziente di due numeri relativi, di cui il secondo diverso da zero, si ottiene moltiplicando il primo numero per il reciproco del secondo.

$$\left(+\frac{3}{4}\right) : (+2) = \left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) = +\frac{3}{8}; \quad \left(-\frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = +\frac{7}{6}.$$

Attenzione: per le operazioni con i numeri relativi valgono le proprietà già enunciate per i numeri assoluti.

■ Potenze di numeri relativi

La potenza di un numero relativo è il numero relativo il cui valore aritmetico è la potenza del valore aritmetico e il cui segno è:

a) positivo se la base è positiva o negativa e l'esponente pari

$$(+4)^2 = +16, \quad (+4)^3 = +64, \quad (-4)^2 = +16,$$

b) negativo se la base è negativa e l'esponente dispari

$$(-4)^3 = -64.$$

Attenzione:

$$(+3)^1 = +3; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2};$$

$$(+2)^0 = +1; \quad \left(-\frac{3}{5}\right)^0 = +1.$$

■ Proprietà delle potenze di numeri relativi

a) Prodotto di due o più potenze con la stessa base

$$(+6)^2 \cdot (+6)^3 = (+6)^{2+3} = (+6)^5.$$

b) Quoziente di due potenze con la stessa base

$$(-2)^8 : (-2)^3 = (-2)^{8-3} = (-2)^5.$$

c) Potenza di una potenza

$$(+5^2)^3 = (+5)^{2 \cdot 3} = (+5)^6.$$

d) Prodotto di potenze con lo stesso esponente

$$(-2)^3 \cdot (-3)^3 = (+6)^3.$$

e) Quoziente di due potenze con lo stesso esponente

$$(+8)^2 : (-2)^2 = (-4)^2.$$

Le espressioni letterali

■ Espressioni letterali

Si dice **espressione letterale** una sequenza di operazioni fra numeri indicati totalmente o parzialmente con lettere:

$$a + 3b = 2c.$$

Se $a = -\frac{2}{3}$, $b = +\frac{1}{3}$, $c = +1$, si ha che:

$$a + 3b - 2c = -\frac{2}{3} + 3 \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) - 2 \cdot (+1) = -\frac{2}{3} + 1 - 2 = \frac{-2+3-6}{3} = -\frac{5}{3}.$$

Si dice che $-\frac{5}{3}$ è il **valore** dell'espressione per $a = -\frac{2}{3}$, $b = +\frac{1}{3}$, $c = +1$.

■ Monomi

Si dice **monomio ridotto a forma normale** ogni prodotto di un fattore numerico, detto **coefficiente**, e di una **parte letterale** costituita da fattori letterali che hanno per esponente un numero naturale.

$$-\frac{3}{16}a^2b^3$$

coefficiente
parte letterale

Dato un monomio non nullo scritto in forma normale, per esempio:

$$-8a^3bc^5$$

- l'esponente 3 della lettera a è il **grado** del monomio **rispetto alla lettera** a ;

► **espressione letterale**
literal expression
expression littérale
expresión literal
文字表达式
تعبير حرفي

► **valore**
value
valeur
valor
值
قيمة

► **monomio ridotto a forma normale**
monomial reduced to canonical form
monôme réduit à sa forme canonique
monomio en forma reducida
简化的单项式
خَدَّ جِبْرِي مُخْتَزَل إِلَى الشَّكْلِ الْعَادِي

► **coefficiente**
coefficient
coefficient
coeficiente
系数
مُعَامِل

► **parte letterale**
variable
part littérale
parte literal
文字部分
جزء حرفي

- l'esponente sottinteso 1 della lettera b è il grado del monomio rispetto alla lettera b ;
- l'esponente 5 della lettera c è il grado del monomio rispetto alla lettera c ;
- la somma degli esponenti di tutte le lettere, 9, è il grado complessivo del monomio.

- Sono **monomi simili** (stessa parte letterale):

$$+4abc^3 \text{ e } -\frac{1}{3}abc^3.$$

- Sono **monomi uguali** (stesso coefficiente e stessa parte letterale):

$$+5b^2c^4 \text{ e } +5b^2c^4.$$

- Sono **monomi opposti** (stessa parte letterale e coefficienti opposti):

$$+3xy^4z \text{ e } -3xy^4z.$$

Operazioni con i monomi

a) Addizione algebrica di monomi

$$+8a^3b - (-3ab) = +8a^3b + 3ab;$$

$$+2a^2b^2 - 7a^2b^2 + 8a^2b^2 = (+2 - 7 + 8) \cdot a^2b^2 = +3a^2b^2.$$

b) Moltiplicazione di monomi

$$-5abc^2 \cdot \left(+\frac{1}{3}a^2b\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}ac^3\right) =$$

$$= -5 \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot a \cdot a^2 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c^2 \cdot c^3 = +\frac{5}{6}a^4b^2c^5.$$

c) Potenze di monomi

$$(-3a^2b^3)^4 = (-3)^4 \cdot (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 = +81a^8b^{12}.$$

d) Divisione di monomi

$$(-15a^7b^5c^3) : (-3a^2b^4c^2) = \frac{-15}{-3} \cdot a^{7-2}b^{5-4}c^{3-2} = +5a^5bc.$$

► monomi simili

similar monomials
monômes
semblables
monomios
semejantes
相似单项式
حدود جبرية مُتشابهة

► monomi uguali

equal monomials
monômes égaux
monomios iguales
相等单项式
حدود جبرية مُتساوية

► monomi opposti

opposite monomials
monômes opposés
monomios opuestos
相反单项式
حدود جبرية مُتقابلة

Polinomi

Si dice **polinomio** una somma algebrica di monomi:

$$-3ab + 7bc + 4a^2.$$

Un polinomio a forma normale si dice:

- **binomio** se ha due **termini**;
- **trinomio** se ha tre termini;
- **quadrinomio** se ha quattro termini.

Dato un polinomio ridotto a forma normale, per esempio:

$$4a^5b - \frac{1}{6}a^3b^2 + 9a - \frac{15}{2}b,$$

- il grado del polinomio rispetto alla lettera a è 5, rispetto alla lettera b è 2 (esponente massimo con cui la lettera considerata compare nel polinomio);
- il grado complessivo del polinomio è 6 (massimo dei gradi dei suoi termini).

Operazioni con i polinomi

a) Addizione algebrica di polinomi

$$\begin{aligned}(a + 3b) - (2a + b) + (-4a + 5b) &= \\ &= a + 3b - 2a - b - 4a + 5b = \\ &= -5a + 7b.\end{aligned}$$

b) Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

$$\begin{aligned}(8x^2 - 3x - 5) \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) &= \cancel{8}^4 x^2 \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{2}_1}x\right) + (-3x) \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) - 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) = \\ &= -4x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x.\end{aligned}$$

c) Prodotto di polinomi

$$\begin{aligned}(-4a + 3b) \cdot (6a - 2) &= -4a \cdot (6a - 2) + 3b \cdot (6a - 2) = \\ &= -24a^2 + 8a + 18ab - 6b.\end{aligned}$$

d) Divisione di un polinomio per un monomio

$$\begin{aligned}(12x^4 - 8x^3 - 6x^2) : (-2x) &= 12x^4 : (-2x) + (-8x^3) : (-2x) + (-6x^2) : (-2x) = \\ &= -6x^3 + 4x^2 + 3x.\end{aligned}$$

► polinomio

polynomial
polynôme
polinomio
多项式
خَدَوِيَّة

► binomio

binomial
binôme
binomio
二项式
خَدَوِيَّة

► termini

terms
termes
términos
各项
خَدَوِيَّة

► trinomio

trinomial
trinôme
trinomio
三项式
ثَلَاثِي الْخَدَوِيَّة

► quadrinomio

quadrinomial
quadrinôme
cuadrinomio
四项式
رُبَاعِي الْخَدَوِيَّة

Le equazioni

■ Identità ed equazioni

L'**identità** è un'uguaglianza fra due espressioni, entrambe letterali, oppure una letterale e una numerica, che è verificata per qualsiasi valore assegnato alle lettere contenute nelle espressioni.

$$a \cdot (a - 1) = a^2 - a.$$

Se $a = 3$, si ha che:

$$\begin{aligned} 3 \cdot (3 - 1) &= 9 - 3 \\ 9 - 3 &= 9 - 3 \\ 6 &= 6. \end{aligned}$$

Se $a = -5$, si ha che:

$$\begin{aligned} -5 \cdot (-5 - 1) &= 25 + 5 \\ 25 + 5 &= 25 + 5 \\ 30 &= 30. \end{aligned}$$

Questo tipo di uguaglianza è verificata per qualsiasi valore di a .

Un'**equazione** è un'uguaglianza fra due espressioni, entrambe letterali, oppure una letterale e una numerica, che è verificata solo per particolari valori assegnati alle lettere contenute nelle espressioni.

$$\begin{array}{ccc} \text{primo membro} & & \text{secondo membro} \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ \boxed{3x} & = & \boxed{15} \\ \swarrow \quad \searrow & & \swarrow \quad \searrow \\ \text{incognita} & & \text{termine noto} \end{array}$$

L'equazione è verificata solo per $x = 5$; il numero 5 si dice **soluzione** dell'equazione.

■ Principi di equivalenza

Due equazioni in cui compare la medesima incognita si dicono **equivalenti** quando hanno la stessa soluzione.

$$\begin{aligned} 6x + 4 &= 10 \\ x &= 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15x - 1 &= 14 \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Le due equazioni sono equivalenti.

► identità

identity
identité
indentidad
恒等式
المطابقة

► equazione

equation
équation
ecuación
方程式
معادلة

► soluzione

solution
solution
solución
答案
حل

► equivalenti

equivalent
équivalents
equivalentes
相等的
متكافئ

- **1° principio di equivalenza**

Data un'equazione, se a entrambi i membri si addiziona o si sottrae uno stesso numero o una stessa espressione nella medesima incognita, si ottiene un'equazione equivalente.

$$3x - 6 = 12$$

$$3x = 12 + 6$$

$$x = 6;$$

$$3x - 6 + 6 = 12 + 6$$

$$3x = 18$$

$$x = 6.$$

- **2° principio di equivalenza**

Data un'equazione, se si moltiplicano o si dividono entrambi i membri per uno stesso numero diverso da zero, si ottiene un'equazione equivalente.

$$-6x + 3 = 3x - 15$$

$$-6x - 3x = -15 - 3$$

$$-9x = -18$$

$$x = 2;$$

$$(-6x + 3) \cdot 3 = (3x - 15) \cdot 3$$

$$-18x + 9 = 9x - 45$$

$$-18x - 9x = -45 - 9$$

$$x = 2;$$

$$(-6x + 3) : 3 = (3x - 15) : 3$$

$$-2x + 1 = x - 5$$

$$-3x = -6$$

$$x = 2.$$

■ Risoluzione di un'equazione di 1° grado in un'incognita

Un'equazione si risolve applicando i principi di equivalenza, in modo da arrivare a ottenere un'equazione scritta nella forma:

$$a \cdot x = b.$$

- Si può trasportare un termine da un membro all'altro dell'equazione cambiandolo di segno.
- Se in entrambi i membri dell'equazione compaiono termini uguali, questi possono essere eliminati.
- È sempre possibile cambiare il segno a tutti i termini dell'equazione.

$$\cancel{2} + 10x - 5 - 3x = \cancel{2} + 8x + 1$$

$$+10x - 3x - 8x = +5 + 1$$

$$-x = +6$$

$$x = -6.$$

Se nell'equazione sono contenuti termini con coefficienti numerici frazionari, procedi in questo modo:

- a)** moltiplica tutti i termini per il *m.c.m.* dei denominatori

$$\frac{-2x+5}{3} - 3 = -\frac{x}{5} + 2;$$

$$m.c.m. (3, 5) = 15$$

$$15 \cdot \frac{-2x+5}{3} - 15 \cdot 3 = 15 \left(-\frac{x}{5} \right) + 15 \cdot 2$$

$$-10x + 25 - 45 = -3x + 30;$$

- b)** esegui le operazioni indicate

$$-10x - 20 = -3x + 30;$$

- c)** trasporta tutti i termini in cui compare l'incognita al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro dell'equazione cambiandoli di segno

$$-10x + 3x = 30 + 20;$$

- d)** riduci i termini simili

$$-7x = 50;$$

- e)** dividi entrambi i membri per il coefficiente dell'incognita

$$x = -\frac{50}{7};$$

- f)** verifica che la soluzione sia esatta, sostituendo alla x dell'equazione iniziale il valore numerico trovato e controllando che l'uguaglianza sia vera

$$\frac{-2 \cdot \left(-\frac{50}{7} \right) + 5}{3} - 3 = -\frac{\left(-\frac{50}{7} \right)}{5} + 2$$

$$\frac{\frac{100}{7} + 5}{3} - 3 = \frac{50}{7} \cdot \frac{1}{5} + 2$$

$$\frac{100 + 35}{7} \cdot \frac{1}{3} - 3 = \frac{10}{7} + 2$$

$$\frac{135}{7} \cdot \frac{1}{3} - 3 = \frac{10 + 14}{7}$$

$$\frac{45}{7} - 3 = \frac{24}{7}$$

$$\frac{45 - 21}{7} = \frac{24}{7}$$

$$\frac{24}{7} = \frac{24}{7}$$

■ Discussione di un'equazione

Data un'equazione nella forma:

$$a \cdot x = b \quad \text{con } a \neq 0$$

si ha come unica soluzione:

$$x = \frac{b}{a}.$$

Se $b = 0$ si ha che:

$$x = \frac{0}{a} \quad \text{da cui } x = 0.$$

Se $a = 0$ si può verificare che:

- 1) anche $b = 0 \rightarrow 0 \cdot x = 0$
l'equazione è **indeterminata**;
- 2) $b \neq 0 \rightarrow 0 \cdot x = b$
l'equazione è **impossibile**.

► indeterminata

indeterminate
indéterminée
indeterminada
不定的（方程式）
معادلة غير مُحدَّدة

► impossibile

impossible
impossible
impossible
无解的（方程式）
معادلة مُستَحِيلَة

La probabilità

■ La probabilità classica

Un **evento** si dice:

- **impossibile**, se non si verifica mai;
- **certo**, se si verifica sempre;
- **aleatorio**, se potrebbe verificarsi o non verificarsi.

Per alcuni eventi aleatori è possibile stabilire quante volte il fatto potrebbe verificarsi: si dice che è possibile determinare la **probabilità** che l'evento si verifichi.

La probabilità di un evento aleatorio, i cui risultati sono ugualmente possibili, è il quoziente fra il numero dei risultati favorevoli e il numero dei risultati possibili:

$$p(A) = \frac{m}{n}$$

con

m = numero dei risultati favorevoli;

n = numero dei risultati possibili.

Per esempio, **nel lancio di un dado, la probabilità che si presenti il numero 3 è $\frac{1}{6}$** :

- **6** è il numero dei **risultati possibili**;
- **1** è il numero dei **risultati favorevoli**.

Se la probabilità è **uguale a 0**, l'evento è impossibile; per esempio, **nel lancio di un dado, la probabilità che esca il numero 8 è 0**.

Se la probabilità è **uguale a 1**, l'evento è certo; per esempio, **nel lancio di un dado, la probabilità che esca un numero maggiore di 0 e minore di 7 è 1**.

► **risultati favorevoli**

favorable outcomes

résultats favorables

casos favorables

有利的结果

نتائج ملائمة

► **evento**

event

événement

evento o suceso

发展

حدث

► **(evento) impossibile**

impossible

impossible

impossible

无解的 (方程式)

معادلة مستحيلة

► **(evento) certo**

certain

certain

seguro

肯定的

مؤكد

► **(evento) aleatorio**

random

aléatoire

aleatorio

不肯定的

عشوائي

► **probabilità**

probability

probabilités

probabilidad

概率

حساب الأجماليات

■ Evento contrario

Considera i numeri della tombola e calcola la probabilità $p(A)$ che il numero estratto sia 20:

$$p(A) = \frac{1}{90}.$$

Ora calcola la probabilità $p(\bar{A})$ dell'evento **contrario**, cioè che il numero estratto non sia 20:

$$p(\bar{A}) = \frac{89}{90}.$$

Si ha che:

$$\frac{1}{90} + \frac{89}{90} = \frac{90}{90} = 1.$$

Quindi si può scrivere:

$$p(A) + p(\bar{A}) = 1.$$

■ Frequenza relativa di un evento

Si dice **frequenza relativa** di un evento aleatorio, riferita a n prove, il quoziente fra il numero dei risultati favorevoli e il numero delle prove effettuate.

Per esempio, se si lancia 45 volte un dado e il numero 5 si presenta per 4 volte, la frequenza relativa dell'evento "esce il numero 5" è $\frac{4}{45}$;

- 4 è il numero delle volte in cui si presenta il numero 5;
- 45 è il numero dei lanci.

► **frequenza
relativa**

relative frequency
fréquence relative
frecuencia relativa

相对频率

تردد نسبي