

I numeri decimali

Frazioni decimali

Si dice **frazione decimale** una frazione il cui denominatore è una potenza di 10.

$$\frac{1}{10}; \quad \frac{34}{100}; \quad \frac{5\,674}{1000}; \quad \frac{5}{10\,000}.$$

Ricorda: ogni frazione rappresenta il quoziente fra numeratore e denominatore.

A ogni frazione decimale corrisponde un numero decimale con un numero finito di cifre decimali, detto **numero decimale limitato**.

Frazione generatrice di un numero decimale limitato

Si dice **frazione generatrice** la frazione che dà origine a un numero decimale.

$$\frac{1}{10} = 1 : 10 = 0,1;$$

$$\frac{34}{100} = 34 : 100 = 0,34;$$

$$\frac{5\,674}{1000} = 5\,674 : 1000 = 5,674;$$

$$\frac{5}{10\,000} = 5 : 10\,000 = 0,0005.$$

Puoi sempre passare da un numero decimale limitato alla corrispondente frazione generatrice nel seguente modo:

- al numeratore scrivi il numero senza la virgola

$$4,5 \rightarrow \frac{45}{\dots};$$

- al denominatore scrivi 1 seguito da tanti 0 quante sono le cifre decimali del numero

$$4,5 \rightarrow \frac{45}{10}.$$

frazione decimale

decimal fraction
fraction décimale
fracción decimal

小数
كُشُور عُشْرِيَّة

numero decimale limitato

finite decimal
representation
nombre décimal
limité
número decimal
limitado

有限小数
عَدَد عُشْرِي مَحْدُود

frazione generatrice

producer fraction
fraction génératrice
fracción generatriz

母分数
عَدَد عُشْرِي مَحْدُود

Frazioni riducibili a frazioni decimali

Le frazioni non decimali sono dette **frazioni ordinarie**.

Una frazione ordinaria ridotta ai minimi termini può essere trasformata in una frazione decimale quando la scomposizione in fattori primi del suo denominatore contiene soltanto i fattori 2 e 5, oppure uno solo di essi.

Per esempio, considera la frazione $\frac{6}{8}$:

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4};$$

scomponendo il denominatore in fattori primi hai:

$4 = 2^2 \rightarrow$ la frazione può essere trasformata in frazione decimale; infatti 100 è multiplo di 4 secondo 25.

Applica la proprietà invariantiva:

$$\frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}; \text{ la frazione decimale } \frac{75}{100} \text{ è equivalente a } \frac{6}{8}.$$

La frazione decimale può essere scritta sotto forma di numero decimale:

$$\frac{6}{8} = \frac{75}{100} = 75 : 100 = 0,75 \rightarrow \text{numero decimale limitato}$$

che si ottiene dalla trasformazione della frazione $\frac{6}{8}$.

Numeri decimali periodici

Considera la frazione $\frac{4}{3}$:

$$4 : 3 = 1,3333...$$

10
10
10
10
...

La divisione potrebbe continuare all'infinito; la cifra 3 che si ripete si dice **periodo** e si indica con un trattino sopra.

Questo tipo di numero decimale è detto **numero decimale periodico**.

frazioni ordinarie

vulgar fractions
fractions normales
fracciones ordinarias
普通分数
كُسور عادية

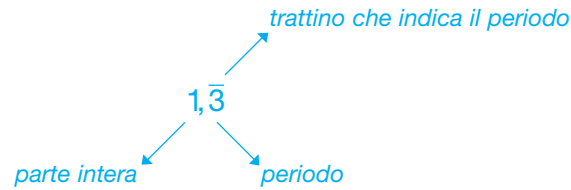
periodo

period
période
período
(数学中的) 循环
دَوْر

numero decimale periodico

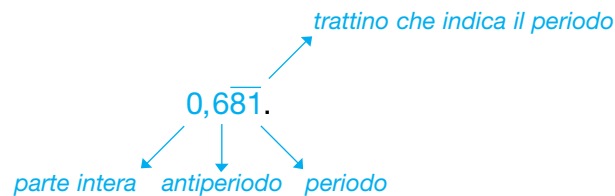
recurring
(or repeating)
decimal
nombre décimal
périodique
número decimal
periódico
循环小数
عَدَدٌ عُشْرِيٌّ دَوْرِيٌّ

- a) Un **numero decimale periodico semplice** è formato da una **parte intera** e da un periodo che inizia subito dopo la virgola; si ottiene dalla **trasformazione** di una frazione irriducibile il cui denominatore, scomposto in fattori primi, non contiene né 2 né 5 come fattori primi.



$$\frac{4}{3} = 4 : 3 = 1,3\bar{}$$

- b) Un **numero decimale periodico misto** è formato da una parte intera e da un periodo preceduto da un **antiperiodo**; si ottiene dalla trasformazione di una frazione irriducibile il cui denominatore, scomposto in fattori primi, contiene come fattori primi, oltre al 2 e al 5, altri numeri.



$$\frac{22}{15} = 0,681\bar{}$$

► **numero decimale periodico semplice**

simple recurring
(or repeating)
decimal
nombre décimal
périodique simple
número decimal
periódico puro
单循环小数
عَدَدٌ عُشْرِيٌّ دَوْرِيٌّ بَسِيطٌ

► **parte intera**

whole part
part entière
parte entera
整体部分
جزء تام

► **trasformazione**

transformation
transformation
transformación
变换 (既约分署)
تَحْوِيلٌ

► **numero decimale periodico misto**

mixed recurring (or repeating) decimal
nombre décimal périodique mixte
número decimal periódico mixto
混合的循环小数
عَدَدٌ عُشْرِيٌّ دَوْرِيٌّ مُخْتَلِطٌ

► **antiperiodo**

pre-period
antipériode
anteperíodo
反周期
مُضَادُّ الدَّوْرِ

■ Frazione generatrice di un numero decimale periodico

a) Frazione generatrice di un numero decimale periodico semplice:

- al numeratore inserisci la differenza fra il numero scritto senza virgola (con il periodo considerato una sola volta) e la parte intera del numero

$$1,\overline{5} = \frac{15-1}{\dots};$$

- al denominatore inserisci un numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo

$$1,\overline{5} = \frac{15-1}{9} = \frac{14}{9}.$$

b) Frazione generatrice di un numero decimale periodico misto:

- al numeratore inserisci la differenza fra il numero scritto senza virgola (con il periodo considerato una sola volta) e il numero formato dalle cifre che precedono il periodo (parte intera e antiperiodo)

$$1,\overline{264} = \frac{1\,264-12}{\dots};$$

- al denominatore inserisci un numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo seguiti da tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo

$$1,\overline{264} = \frac{1\,264-12}{990} = \frac{1\,252}{990}.$$

■ Espressioni con i numeri decimali

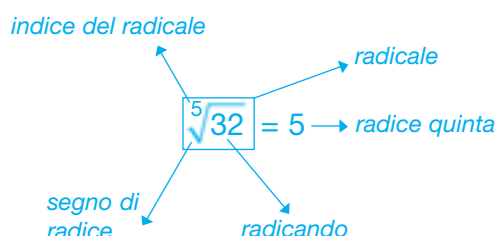
Per calcolare il valore di un'espressione con i numeri decimali limitati e i numeri decimali periodici, devi trasformare i numeri decimali in frazioni e poi eseguire i calcoli indicati.

$$\begin{aligned} 0,5 : [(0,\overline{3} + 1,\overline{3}) \times 0,2] &= \\ &= \frac{5^1}{10_2} : \left[\left(\frac{3-0}{9} + \frac{13-1}{9} \right) \times \frac{2^1}{10_5} \right] = \\ &= \frac{1}{2} : \left[\left(\frac{3^1}{9_3} + \frac{12^4}{9_3} \right) \times \frac{1}{5} \right] = \\ &= \frac{1}{2} : \left[\frac{5^1}{3} \times \frac{1}{5_1} \right] = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

La radice quadrata

La radice di un numero

La **radice ennesima** di un numero è quel numero che elevato alla potenza **ennesima** dà come risultato il numero dato.



- Quando l'indice del radicale è 2, la radice si dice **radice quadrata** e l'indice non viene scritto, ma sottinteso.

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = 3$$

si legge: **la radice quadrata di 9 è uguale a 3.**

- Quando l'indice del radicale è 3, la radice si dice **radice cubica**.

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

si legge: **la radice cubica di 125 è 5.**

Calcolo della radice quadrata dei quadrati perfetti

Un **quadrato perfetto** è un numero naturale la cui radice quadrata è un altro numero naturale. Tra i primi 100 numeri naturali i quadrati perfetti sono:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

- Se un numero termina con 1, 4, 5, 6, 9 o con un numero pari di zeri **può essere** un quadrato perfetto:

144: quadrato perfetto di 12;

24 non è un quadrato perfetto.

► radice

root
racine
raíz
根式
الجذر

► radice quadrata

square root
racine carrée
raíz cuadrada
平方根
جذر تربيعي

► radice cubica

cube root
racine cubique
raíz cúbica
立方根
جذر تكعبي

► quadrato perfetto

perfect square
carré parfait
cuadrado perfecto
完全平方数
مربع تام

- Se un numero termina con 2, 3, 7, 8 o con un numero dispari di zeri **certainamente non** è un quadrato perfetto.

27, 62, 128 non sono quadrati perfetti.

Per calcolare la radice quadrata di un quadrato perfetto puoi utilizzare le **tavole numeriche** in due modi.

Per esempio, se devi calcolare $\sqrt{784}$:

1° metodo

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
781	609 961	476 379 541	27,9464	9,2091
782	611 524	478 211 768	27,9643	9,2130
783	613 089	780 048 687	27,9821	9,2170
784	614 656	481 890 304	28	9,2209
785	616 225	483 736 625	28,0179	9,2248
786	617 796	485 587 656	28,0357	9,2287
787	619 369	487 443 403	28,0535	9,2326

- cerca la **riga** del numero 784;
- scegli la **colonna** $\sqrt{n}$;
- individua il numero che si trova all'incrocio fra la riga del numero 784 e la colonna $\sqrt{n}$.

Quindi: $\sqrt{784} = 28$.

2° metodo

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
26	676	17 576	5,0990	2,9625
27	729	19 683	5,1962	3,0000
28	784	21 952	5,2915	3,0366
29	841	24 389	5,3852	3,0723
30	900	27 000	5,4772	3,1072

- cerca il numero 784 nella colonna n^2 ;
- determina il numero che elevato al quadrato dà come risultato 784, cioè individua nella colonna n il numero che si trova sulla riga di 784.

Quindi: $\sqrt{784} = 28$.

► **tavole**

numeriche

numerical tables

tables numériques

tablas numéricas

数字表

جداول عددية

► **riga**

row

ligne

línea

行

الخط

► **colonna**

column

colonne

columna

栏

عمود

Attenzione: se il radicando è maggiore di 1 000, puoi usare solo il 2° metodo.

■ Radici quadrate approssimate

Per calcolare la radice quadrata di un numero che non è un quadrato perfetto ed è inferiore a 1 000, puoi utilizzare le tavole numeriche.

Per esempio, per calcolare $\sqrt{792}$ devi utilizzare il 1° metodo illustrato nel paragrafo precedente:

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
791	625 681	494 913 671	28,1247	9,2482
792	627 264	496 793 088	28,1424	9,2521
793	628 849	498 677 257	28,1603	9,2560

Dato che 792 non è un quadrato perfetto, ottieni una **radice quadrata approssimata**.

Approssimazione per eccesso e per difetto: $\sqrt{792} = 28,1424$.

per difetto	per eccesso	approssimazione
28	29	a meno di 1 unità
28,1	28,2	a meno di un decimo
28,14	28,15	a meno di un centesimo
28,142	28,143	a meno di un millesimo
...	...	...

La radice quadrata di un numero che non è un quadrato perfetto è un numero irrazionale, cioè un numero decimale **illimitato** non periodico.

► **radice quadrata approssimata**
approximate square root
racine carrée
approchée
raíz cuadrada
aproximada
近似的平方根
جذر تربيعي تقريبي

► **illimitato**

infinite
illimitée
ilimitado
无穷的（不循环小数）
عدد عشري متوالي غير دوري

■ Radice quadrata di un prodotto e di un quoziente

- a) La radice quadrata del prodotto di due o più numeri, che siano quadrati perfetti, è uguale al **prodotto** delle radici quadrate dei numeri stessi.

$$\sqrt{16 \times 25 \times 36} = \sqrt{14\,400} = 120;$$

oppure

$$\sqrt{16 \times 25 \times 36} = \sqrt{16} \times \sqrt{25} \times \sqrt{36} = 4 \times 5 \times 6 = 120.$$

- b) La radice quadrata del quoziente di due numeri, che siano quadrati perfetti, è uguale al **quoziente** delle radici quadrate dei numeri stessi.

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2;$$

oppure

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2.$$

■ Radice quadrata di un'espressione aritmetica

Per determinare la radice quadrata di un'espressione aritmetica, devi eseguire i calcoli indicati sotto il segno di radice, poi devi calcolare la radice quadrata.

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{6}{5} + \frac{7}{10}\right] + 2^1 \times \frac{5}{8_4}} = \\ & = \sqrt{\left[\left(\frac{3-2}{4}\right) \times \frac{6}{5} + \frac{7}{10}\right] + \frac{5}{4}} = \\ & = \sqrt{\left[\frac{1}{4_2} \times \frac{6^3}{5} + \frac{7}{10}\right] + \frac{5}{4}} = \\ & = \sqrt{\left[\frac{3}{10} + \frac{7}{10}\right] + \frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{10^1}{10^1} + \frac{5}{4}} = \\ & = \sqrt{\frac{4+5}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Rapporti e proporzioni

Rapporto fra due numeri

Si dice **rapporto** fra due numeri a e b il quoziente della divisione di a per b e si scrive $a : b$, oppure $\frac{a}{b}$.

a è il primo termine del rapporto e si dice **antecedente**;
 b è il secondo termine del rapporto e si dice **conseguente**.

Il rapporto tra 10 e 2 è 5.
 Si scrive: $10 : 2 = 5$ oppure $\frac{10}{2} = 5$.

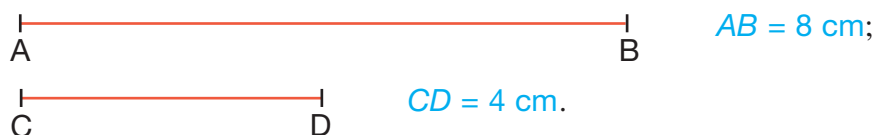
Rapporto fra due grandezze

Ricorda: si chiama grandezza tutto ciò che è misurabile.

a) Rapporto fra due **grandezze omogenee**

Due grandezze si dicono omogenee quando **sono dello stesso tipo** (per esempio lunghezza con lunghezza, peso con peso...).

Il rapporto tra due grandezze omogenee è il rapporto tra le loro **misure**, determinate utilizzando la stessa **unità di misura**.



Il rapporto fra AB e CD è 2.
 Si scrive: $AB : CD = 8 : 4 = 2$ oppure $\frac{AB}{CD} = \frac{8}{4} = 2$.

► **rapporto**

ratio
 rayon
 razón
 比率
 نسبة

► **antecedente**

antecedent
 antécédent
 antecedente
 前项
 سابق

► **conseguente**

consequent
 conséquent
 consecuente
 后项
 لاحق

► **grandezze omogenee**

homogeneous quantities
 grandeurs homogènes
 cantidades homogéneas
 同样的大小
 كميات متجانسة

► **unità di misura**

unit of measurement
 unité de mesure
 unidad de medida
 计量单位
 وحدة قياس

b) Rapporto fra due grandezze non omogenee

Il rapporto tra due grandezze non omogenee è una nuova grandezza; l'unità di misura della nuova grandezza è data dal rapporto tra le unità di misura delle grandezze di partenza.

Considera l'esempio: spazio percorso = 300 km; tempo impiegato = 3 h;

$$\frac{\text{spazio percorso}}{\text{tempo impiegato}} = \frac{300 \text{ km}}{3 \text{ h}} =$$

= 100 km/h → velocità media (unità di misura km/h).

▶ grandezze non omogenee

heterogeneous quantities
grandeurs non homogènes
cantidades heterogéneas
不同样的大小
كثيات غير متجانسة

▶ proporzione

proportion
proportion
proporción
比例
تناسب

▶ antecedenti

antecedents
antécédents
antecedentes
前項
(حدود النسبة المذكورة)
سابقا

▶ conseguenti

consequents
conséquents
consecuentes
后項
حدود النسبة التالي

▶ medi

intermediates
moyens
medios
中項
متوسطة

▶ estremi

extremes
extrêmes
extremos
首末項
أطراف التناسب

■ Proporzioni

Un'uguaglianza di due rapporti è detta **proporzione**:

$$2 : 3 = 4 : 6,$$

si legge: 2 sta a 3 come 4 sta a 6.

$$a : b = c : d$$

antecedenti

$$a : b = c : d$$

conseguenti

$$a : b = c : d$$

medi

$$a : b = c : d$$

estremi

Se i due termini medi sono uguali, la **proporzione** si dice **continua** e il termine medio si dice **medio proporzionale**:

$$18 : 12 = 12 : 8.$$

■ Proprietà delle proporzioni

a) Proprietà fondamentale

Data una proporzione: $a : b = c : d$

si ha che: $a \times d = b \times c$.

$$9 : 3 = 15 : 5; \quad 9 \times 5 = 3 \times 15 = 45.$$

▶ proporzione continua

continuous proportion
proportion continue
proporción continua
连续比例
متناسيب متصل

▶ medio proporzionale

proportional mean
moyen proportionnel
medio proporcional
比例中項
متوسط متناسب

b) Proprietà del permutare

Data una proporzione: $a : b = c : d$

si ottengono altre proporzioni: $d : b = c : a$; $a : c = b : d$; $d : c = b : a$.

$$21 : 7 = 18 : 6; \quad 6 : 7 = 18 : 21; \quad 21 : 18 = 7 : 6; \quad 6 : 18 = 7 : 21.$$

c) Proprietà dell'invertire

Data una proporzione: $a : b = c : d$

si ottiene ancora una proporzione: $b : a = d : c$.

$$2 : 10 = 3 : 15; \quad 10 : 2 = 15 : 3.$$

d) Proprietà del comporre

Data una proporzione: $a : b = c : d$

si ha che: $(a + b) : a = (c + d) : c$ e $(a + b) : b = (c + d) : d$.

$$2 : 8 = 4 : 16; \quad (2 + 8) : 2 = (4 + 16) : 4 \\ (2 + 8) : 8 = (4 + 16) : 16.$$

e) Proprietà dello scomporre

Data una proporzione: $a : b = c : d$

si ha che: $(a - b) : a = (c - d) : c$ e $(a - b) : b = (c - d) : d$.

$$12 : 4 = 30 : 10; \quad (12 - 4) : 12 = (30 - 10) : 30 \\ (12 - 4) : 4 = (30 - 10) : 10.$$

■ Calcolo del termine incognito di una proporzione

Nelle proporzioni di cui si conoscono solo tre termini, il termine mancante è detto termine **incognito** e generalmente viene indicato con la lettera x .

Per determinare il termine incognito devi applicare la proprietà fondamentale delle proporzioni.

$$x : b = c : d \rightarrow x = \frac{b \cdot c}{d}$$

$$x : 20 = 2 : 8 \rightarrow x = \frac{20 \cdot 2}{8} = 5;$$

$$a : x = c : d \rightarrow x = \frac{a \cdot d}{c}$$

$$18 : x = 6 : 3 \rightarrow x = \frac{18 \cdot 3}{6} = 9;$$

$$a : b = x : d \rightarrow x = \frac{a \cdot d}{b}$$

$$2 : 3 = x : 12 \rightarrow x = \frac{2 \cdot 12}{3} = 8;$$

$$a : b = c : x \rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

$$15 : 12 = 5 : x \rightarrow x = \frac{12 \cdot 5}{15} = 4.$$

Attenzione: da questo momento l'operazione di moltiplicazione viene indicata con il **simbolo** “.”.

► proprietà

del permutare

permutability

propriété

de la permutation

propiedad de permutar

排列性

خاصية التبادلية

► proprietà

dell'invertire

invertibility

propriété de l'inversion

propiedad de invertir

顛倒性

خاصية التعاكس

► proprietà

del comporre

compoundability

propriété

de la composition

propiedad de componer

結合性

خاصية التركيب

► proprietà

dello scomporre

distributivity

propriété

de la décomposition

propiedad

de descomponer

分解性

خاصية التخليل

► incognito

unknown

inconnu

incógnito

未知数

مجهول

► simbolo

symbol

symbole

símbolo

符号

رَّمز

La proporzionalità diretta e inversa

■ Costanti, variabili, funzioni

Le grandezze che mantengono sempre lo stesso valore si dicono **costanti**.

Le grandezze che possono assumere valori diversi si dicono **variabili**.

Quando due grandezze x e y sono legate tra loro in modo tale che a ogni valore di x corrisponde uno e un solo valore di y , si dice che **y è funzione di x** .

Si scrive: $y = f(x)$

e si legge: y uguale a effe di x .

■ Grandezze proporzionali

a) Grandezze direttamente proporzionali

Due grandezze sono direttamente proporzionali quando al raddoppiare, triplicare, quadruplicare... dell'una, anche l'altra raddoppia, triplica, quadruplica...

Per esempio, il numero di pennarelli acquistati e la spesa relativa:

1 pennarello $\rightarrow \text{€ } 1,50$;

2 pennarelli $\rightarrow \text{€ } 1,50 \times 2 = \text{€ } 3$;

3 pennarelli $\rightarrow \text{€ } 1,50 \times 3 = \text{€ } 4,50$.

b) Grandezze inversamente proporzionali

Due grandezze sono inversamente proporzionali quando al raddoppiare, triplicare, quadruplicare... dell'una, l'altra diventa la metà, la terza parte, la quarta parte...

Per esempio, le misure della base e dell'altezza di rettangoli equivalenti (con la stessa area):

area = 24 base = 2 altezza = 12;

area = 24 base = 4 altezza = 6;

area = 24 base = 8 altezza = 3.

► grandezze inversamente proporzionali

inversely proportional values

grandeurs inversement proportionnelles

magnitudes inversamente proporcionales

反比例大小

كميات تناسبية عكسية

► **costanti**

constants

constants

constantes

常数

ثابتة

► **variabili**

variables

variables

variables

变量

متغيرة

► **y è funzione di x**

y is a function of x

y est la fonction de x

y es función de x

Y是自变量X的函数

X بالنسبة الى Y

► **grandezze direttamente proporzionali**

proportional values

grandeurs

directement

proportionnelles

magnitudes

directamente

proporcionales

正比例大小

كميات تناسبية طرّدا

	grandezze direttamente proporzionali	grandezze inversamente proporzionali																						
legge generale	$y = kx$ $y = 2x$	$y = \frac{k}{x}$ $y = \frac{24}{x}$																						
costante (coefficiente di proporzionalità) indicata con k	k è il coefficiente di proporzionalità diretta , cioè il rapporto costante tra y e x : $k = \frac{y}{x}$ $2 = \frac{y}{x}$	k è il coefficiente di proporzionalità inversa , cioè il prodotto costante tra y e x : $k = x \cdot y$ $24 = x \cdot y$																						
rappresentazione grafica	semiretta uscente dall'origine O dei semiassi <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td></tr></table>	x	0	1	2	3	4	y	0	2	4	6	8	iperbole equilatera <table><tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>12</td></tr><tr><td>y</td><td>12</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	x	2	4	6	12	y	12	6	4	2
x	0	1	2	3	4																			
y	0	2	4	6	8																			
x	2	4	6	12																				
y	12	6	4	2																				

► **iperbole equilatera**

equilateral hyperbola
hyperbole équilatère
hipérbole equilátera
等边双曲线

قَطْع زَائِد مُتَسَاوِي الْأَطْلَاع