

Lunghezza della circonferenza e area del cerchio

■ Misura della circonferenza

Il rapporto fra la misura c di una **circonferenza** e la misura d del suo **diametro** è costante ed è uguale a π (si legge **pi greco**).

La misura di una circonferenza si ottiene moltiplicando la misura del diametro per π .

Ricorda: $\pi = 3,14$ è approssimato per difetto a meno di $\frac{1}{100}$.

$$c = d\pi,$$

da cui:

$$d = \frac{c}{\pi}.$$

Per esempio, data una circonferenza di diametro $d = 15$ cm, per calcolare la lunghezza della circonferenza procedi così:

$$c = d\pi = 15\pi \text{ cm (47,1 cm)}.$$

Poiché il diametro è il doppio del **raggio**, cioè $d = 2r$, si ha:

$$c = 2\pi r,$$

da cui:

$$r = \frac{c}{2\pi}.$$

Per esempio, calcola il raggio di una circonferenza $c = 24\pi$ cm. Ottieni:

$$r = \frac{c}{2\pi} = \frac{24\pi}{2\pi} = 12 \text{ cm}.$$

► circonferenza

circumference
circonférence
circunferencia

圓周
المحيط

► diametro

diameter
diamètre
diámetro

直径
قطر الدائرة

► pi greco

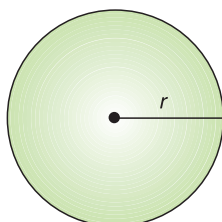
pi
pi
pi griega
希腊 P 字母
رمز ب يوناني

► raggio

radius
rayon
radio
半径
شعاع

Area del cerchio

L'area di un **cerchio** si ottiene moltiplicando il quadrato della misura del suo raggio per π :



$$\mathcal{A} = \pi r^2$$

da cui:

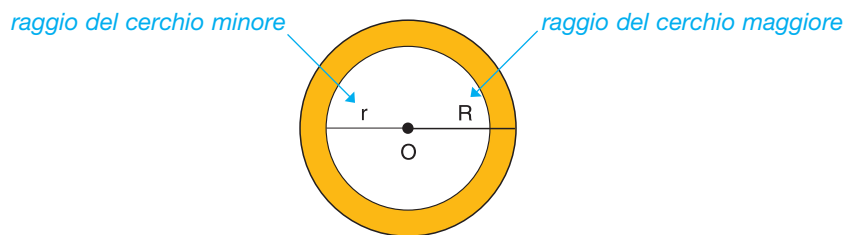
$$r = \sqrt{\frac{\mathcal{A}}{\pi}}$$

Per esempio, calcola il raggio di un cerchio avente l'area $\mathcal{A} = 225\pi \text{ cm}^2$. Ottieni:

$$r = \sqrt{\frac{\mathcal{A}}{\pi}} = \sqrt{\frac{225\pi}{\pi}} = 15 \text{ cm}.$$

Area della corona circolare

L'area di una **corona circolare** si ottiene sottraendo all'area del cerchio maggiore l'area del cerchio minore.



$$\mathcal{A}_{\text{corona circolare}} = \pi R^2 - \pi r^2.$$

Per esempio, per calcolare l'area di una corona circolare limitata da due circonferenze aventi i raggi, rispettivamente, di 13 cm e 8 cm, procedi così:

$$\mathcal{A}_{\text{corona circolare}} = \pi R^2 - \pi r^2 = 13^2\pi - 8^2\pi = 169\pi - 64\pi = 105\pi \text{ cm}^2.$$

cerchio

circle
cercle
círculo
圓圈
الدائرة

corona

circolare

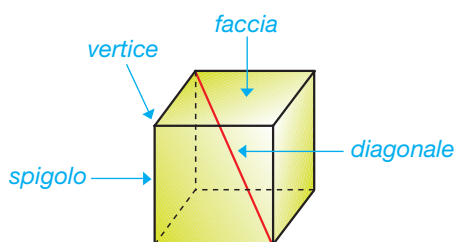
annulus
couronne circulaire
corona circular
兩同心圓中之面
طوق دائري

I poliedri

■ Poliedri

Un **poliedro** è una figura solida il cui contorno è costituito da un numero finito di poligoni:

- i poligoni si dicono **facce**;
- i lati dei poligoni si dicono **spigoli**;
- i vertici dei poligoni si dicono **vertici**;
- i segmenti che congiungono due vertici non appartenenti alla stessa faccia si dicono **diagonali**.



La somma delle facce laterali costituisce la **superficie laterale**; la somma di tutte le facce, comprese le basi, costituisce la **superficie totale**.

La misura dell'estensione di un solido è il **volume**.

L'unità di misura fondamentale del volume è il **metro cubo** (m^3).

► superficie laterale

lateral surface
surface latérale
superficie lateral
側面積
مساحة جانبية

► superficie totale

total surface
surface totale
superficie total
总面积
مساحة تامة

► volume

volume
volume
volumen
体积
حجم

► metro cubo

cubic metre
mètre cube
metro cúbico
立方米
متر مكعب

► vertici

vertices (sing. vertex)
sommets
vértices
顶点
غروية

► diagonali

diagonals
diagonales
diagonales
对角线
أقطار

► poliedro

polyhedron
polyèdre
poliedro
多面体
الضفاح

► facce

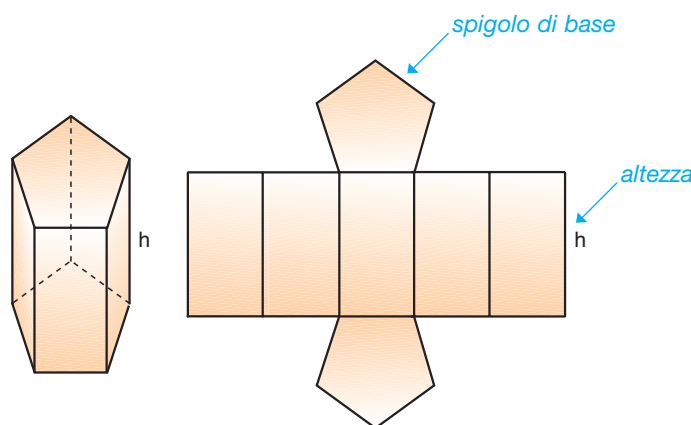
faces
faces
caras
面
سطح

► spigoli

edges
arêtes
aristas
棱边
طولع

Ricorda: $p \rightarrow$ perimetro; $h \rightarrow$ altezza; $d \rightarrow$ diagonale; $\mathcal{A}_\ell \rightarrow$ area della superficie laterale; $\mathcal{A}_t \rightarrow$ area della superficie totale; $\mathcal{V} \rightarrow$ volume.**Prisma**

Un **prisma retto** è un poliedro il cui contorno è costituito da due poligoni che sono le basi del prisma e da tanti rettangoli quanti sono i lati del poligono di base.



Un prisma si dice **regolare** se è retto e ha per base un poligono regolare.

- $\mathcal{A}_\ell = p \times h$, da cui: $p = \frac{\mathcal{A}_\ell}{h}$; $h = \frac{\mathcal{A}_\ell}{p}$.
- $\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_\ell + 2\mathcal{A}_b$, da cui: $\mathcal{A}_\ell = \mathcal{A}_t - 2\mathcal{A}_b$; $\mathcal{A}_b = \frac{\mathcal{A}_t - \mathcal{A}_\ell}{2}$.
- $\mathcal{V} = \mathcal{A}_b \times h$, da cui: $\mathcal{A}_b = \frac{\mathcal{V}}{h}$; $h = \frac{\mathcal{V}}{\mathcal{A}_b}$.

Per esempio, calcola l'area della superficie totale e il volume di un prisma retto a base quadrata, avente lo spigolo di base di 7 cm e l'altezza di 12 cm. Si ha:

$$\mathcal{A}_b = \ell^2 = 7^2 = 49 \text{ cm}^2;$$

$$\mathcal{A}_\ell = p \times h = 7 \times 4 \times 12 = 336 \text{ cm}^2;$$

$$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_\ell + 2\mathcal{A}_b = 336 + 2 \times 49 = 434 \text{ cm}^2;$$

$$\mathcal{V} = \mathcal{A}_b \times h = 49 \times 12 = 588 \text{ cm}^3.$$

► **prisma retto**

right prism
prisme droit
prisma recto
规则直棱柱

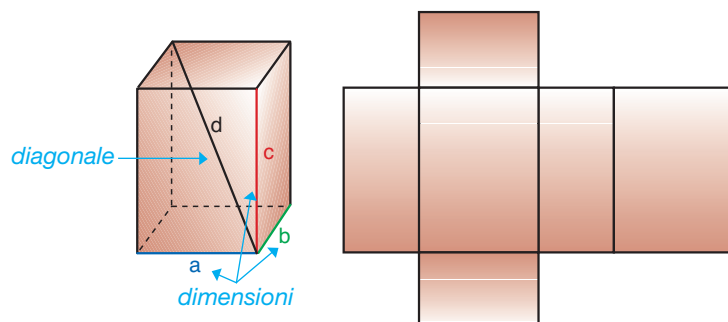
موشور قائم

► **(prisma) regolare**

regular
régulier
regular
规则性的
مُنْتَاضِل

A) Parallelepipedo rettangolo

Un **parallelepipedo rettangolo** è un prisma retto che ha per basi due rettangoli.



- $A_\ell = p \times h$, da cui: $p = \frac{A_\ell}{h}$; $h = \frac{A_\ell}{p}$.
- $A_t = A_\ell + 2A_b$, da cui: $A_\ell = A_t - 2A_b$; $A_b = \frac{A_t - A_\ell}{2}$.
- $V = a \times b \times c$, da cui: $a = \frac{V}{b \times c}$; $b = \frac{V}{a \times c}$; $c = \frac{V}{a \times b}$.
- $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Per esempio, dato un parallelepipedo rettangolo avente le dimensioni $a = 5$ cm, $b = 4$ cm, $c = 15$ cm, calcola l'area della superficie totale e il volume. Ottieni:

$$A_b = a \times b = 5 \times 4 = 20 \text{ cm}^2;$$

$$A_\ell = p \times h = (5 + 4) \times 2 \times 15 = 270 \text{ cm}^2;$$

$$A_t = A_\ell + 2A_b = 270 + 2 \times 20 = 270 + 40 = 310 \text{ cm}^2;$$

$$V = a \times b \times c = 5 \times 4 \times 15 = 300 \text{ cm}^3.$$

► **parallelepipedo rettangolo**

right parallelepiped

parallélépipède

rectangle

paralelepípedo

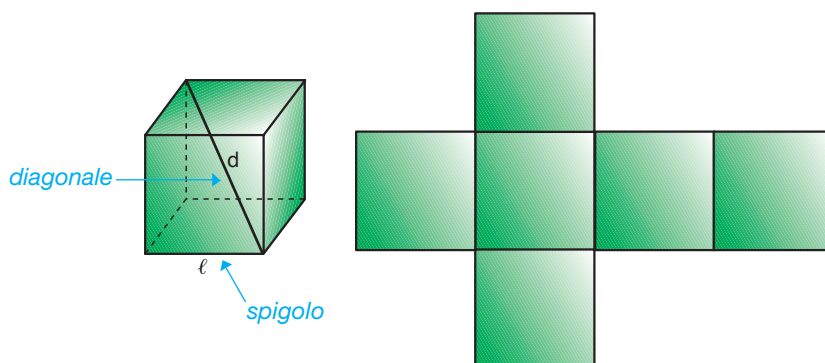
rectángulo

直角平行六面体

متوازي المستطيلات قائم

B) Cubo

Si dice **cubo** un parallelepipedo rettangolo che ha le tre dimensioni congruenti.

► **cubo**

cube

cube

cubo

立方

مكعب

$$\bullet \quad \mathcal{A}_\ell = 4 \times \ell^2, \quad \text{da cui: } \ell = \sqrt{\frac{\mathcal{A}_\ell}{4}}.$$

$$\bullet \quad \mathcal{A}_t = 6 \times \ell^2, \quad \text{da cui: } \ell = \sqrt{\frac{\mathcal{A}_t}{6}}.$$

$$\bullet \quad \mathcal{V} = \ell^3, \quad \text{da cui: } \ell = \sqrt[3]{\mathcal{V}}.$$

$$\bullet \quad d = \ell\sqrt{3}, \quad \text{da cui: } \ell = \frac{d}{\sqrt{3}}.$$

Esempio: calcola l'area della superficie laterale, della superficie totale e il volume di un cubo con lo spigolo $\ell = 13$ cm.

Ottieni:

$$\mathcal{A}_\ell = 4 \times \ell^2 = 4 \times 13^2 = 4 \times 169 = 676 \text{ cm}^2;$$

$$\mathcal{A}_t = 6 \times \ell^2 = 6 \times 13^2 = 6 \times 169 = 1\,014 \text{ cm}^2;$$

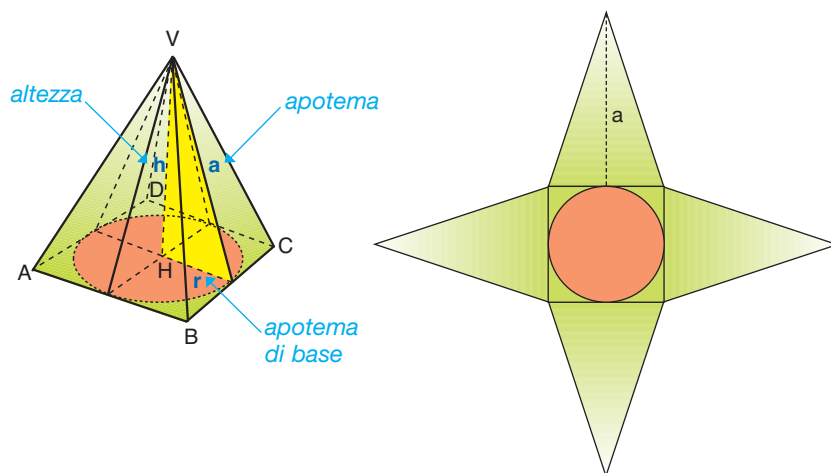
$$\mathcal{V} = \ell^3 = 13^3 = 2\,197 \text{ cm}^3.$$

■ Piramide

Una **piramide** è un poliedro il cui contorno è costituito da un poligono e da tanti triangoli quanti sono i lati del poligono aventi tutti un vertice in comune.

Una piramide si dice **retta** quando il poligono di base è circoscritto a una circonferenza il cui centro coincide con il piede dell'altezza.

Una piramide si dice **regolare** se è retta e ha per base un poligono regolare.



► **piramide**

pyramid

pyramide

pirámide

棱锥体

هرم

- $a = \sqrt{h^2 + r^2}$; $h = \sqrt{a^2 - r^2}$; $r = \sqrt{a^2 - h^2}$.
- $A_\ell = \frac{p \times a}{2}$, da cui: $p = \frac{A_\ell \times 2}{a}$; $a = \frac{A_\ell \times 2}{p}$.
- $A_t = A_\ell + A_b$, da cui: $A_\ell = A_t - A_b$; $A_b = A_t - A_\ell$.
- $V = \frac{A_b \times h}{3}$, da cui: $A_b = \frac{V \times 3}{h}$; $h = \frac{V \times 3}{A_b}$.

Per esempio, una piramide quadrangolare regolare ha l'apotema di 26 cm e l'altezza di 24 cm. Calcola l'area della superficie totale e il volume.

Ottieni:

$$r = \sqrt{a^2 - h^2} = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{676 - 576} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm};$$

$$\ell = r \times 2 = 10 \times 2 = 20 \text{ cm};$$

$$A_\ell = \frac{p \times a}{2} = \frac{20 \times 4 \times 26}{2} = 1040 \text{ cm}^2;$$

$$A_b = \ell^2 = 20^2 = 400 \text{ cm}^2;$$

$$A_t = A_\ell + A_b = 1040 + 400 = 1440 \text{ cm}^2;$$

$$V = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{400 \times 24}{3} = 3200 \text{ cm}^3.$$

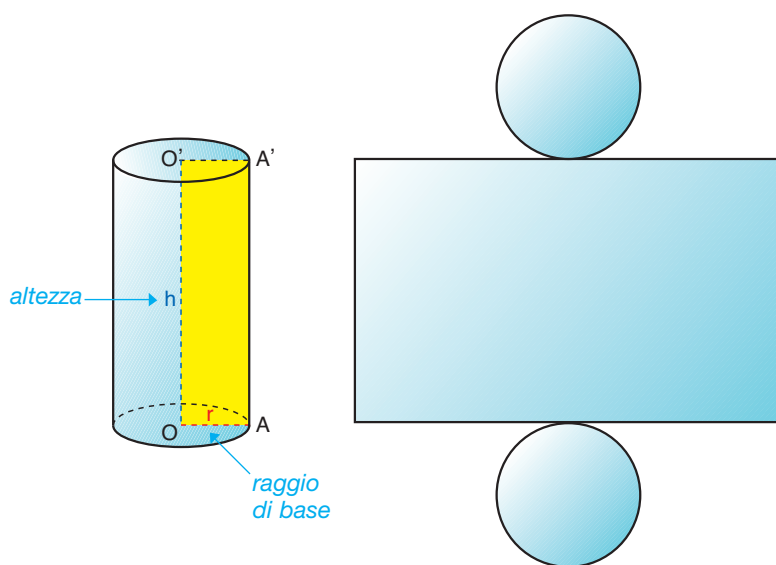
I solidi di rotazione

■ Solidi di rotazione

Un **solido di rotazione** è generato dalla rotazione completa di una figura piana intorno a una retta, detta **asse di rotazione**.

A) Cilindro

Un **cilindro** è un solido che si genera dalla rotazione completa di un rettangolo intorno a uno dei suoi lati.



- $A_\ell = 2\pi r \times h$, da cui: $r = \frac{A_\ell}{2\pi h}$; $h = \frac{A_\ell}{2\pi r}$.
- $A_t = A_\ell + 2A_b$, da cui: $A_\ell = A_t - 2A_b$; $A_b = \frac{A_t - A_\ell}{2}$.
- $V = \pi r^2 \times h$, da cui: $h = \frac{V}{\pi r^2}$; $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$.

Per esempio, per calcolare l'area della superficie totale e il volume di un cilindro avente il raggio di base di 8 cm e l'altezza di 20 cm, procedi così:

$$A_\ell = 2\pi r \times h = 2\pi \times 8 \times 20 = 320\pi \text{ cm}^2;$$

$$A_b = \pi r^2 = 8^2\pi = 64\pi \text{ cm}^2;$$

$$A_t = A_\ell + 2A_b = 320\pi + 2 \times 64\pi = 448\pi \text{ cm}^2;$$

$$V = A_b \times h = 64\pi \times 20 = 1280\pi \text{ cm}^3.$$

► **solido di rotazione**
solid of revolution
solide de rotation
sólido de rotación
旋转体
دوران مجسم

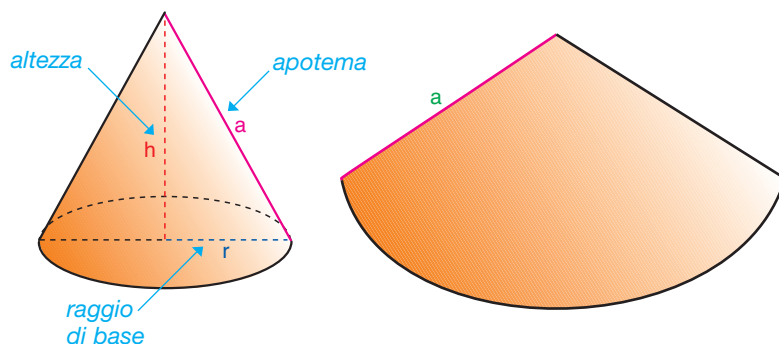
► **asse di rotazione**
rotation axis
axe de rotation
eje de rotación
旋转轴线
مِخْوَرُ الدَّوْرَانِ

► **cilindro**
cylinder
cylindre
cilindro
圆柱体
أَنْطَرَات

B) Cono

Un **cono** è un solido che si genera dalla rotazione completa di un triangolo rettangolo intorno al un suo cateto.

L'ipotenusa del triangolo rettangolo è detta **apotema** del cono.



► cono

cone

cône

cono

錘体

مخروط

- $a = \sqrt{h^2 + r^2}$; $h = \sqrt{a^2 - r^2}$; $r = \sqrt{a^2 - h^2}$.
- $A_\ell = \pi r \times a$, da cui: $r = \frac{A_\ell}{\pi a}$; $a = \frac{A_\ell}{\pi r}$.
- $A_t = A_\ell + A_b$, da cui: $A_\ell = A_t - A_b$; $A_b = A_t - A_\ell$.
- $V = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$, da cui: $h = \frac{V \times 3}{\pi r^2}$; $r = \sqrt{\frac{V \times 3}{\pi h}}$.

Per esempio, calcola l'area della superficie totale e il volume di un cono avente il raggio di base di 9 cm e l'altezza di 12 cm.

Ottieni:

$$a = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm};$$

$$A_\ell = \pi r \times a = \pi \times 9 \times 15 = 135\pi \text{ cm}^2;$$

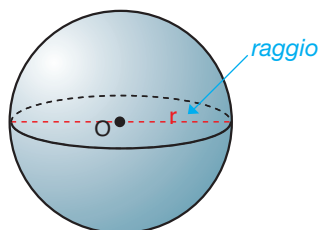
$$A_b = \pi r^2 = 9^2 \pi = 81\pi \text{ cm}^2;$$

$$A_t = A_\ell + A_b = 135\pi + 81\pi = 216\pi \text{ cm}^2;$$

$$V = \frac{\pi r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 9^2 \times 12}{3} = 324\pi \text{ cm}^3.$$

C) Sfera

Una **sfera** è un solido che si genera dalla rotazione completa di un semicerchio intorno al proprio diametro.



La **superficie sferica** (S) è l'insieme dei punti dello spazio che hanno la stessa distanza r da un punto fisso O .

- $S = 4\pi r^2$, da cui: $r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$.
- $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, da cui: $r = \sqrt[3]{\frac{V \times 3}{4\pi}}$.

Per esempio, calcola l'area della superficie sferica e il volume di una sfera avente il raggio $r = 15$ cm.

Ottieni:

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \times 15^2 = 900\pi \text{ cm}^2;$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 15^3 = 4500\pi \text{ cm}^3.$$

► **sfera**

sphere

sphère

esfera

球体

الكرة

► **superficie****sferica**

spherical surface

surface sphérique

superficie esférica

球面积

السطح الكروي