

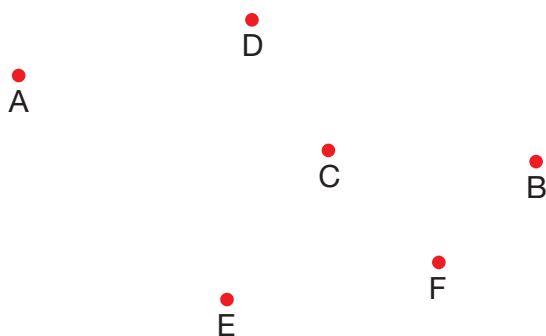
Gli enti geometrici fondamentali

■ Introduzione alla geometria

- La **geometria** è la scienza che studia la forma e l'estensione dei corpi e le trasformazioni che questi subiscono.
- Gli **enti geometrici primitivi** sono elementi che non hanno bisogno di definizione perché si deducono dall'osservazione della realtà.
- Gli **enti geometrici fondamentali** sono il punto, la retta, il piano.

■ Il punto

Il **punto** in geometria viene considerato senza dimensioni.
I punti si indicano con le lettere maiuscole dell'alfabeto.



■ La retta e le linee

La **retta** in geometria viene considerata priva di materia e di spessore e dotata di una sola dimensione: la **lunghezza**.

La retta è un caso particolare di un'altra figura geometrica: la **linea**.

► **lunghezza**

length
longueur
longitud
长短
الطول

► **linea**

line
ligne
línea
线
الخط

► **enti**

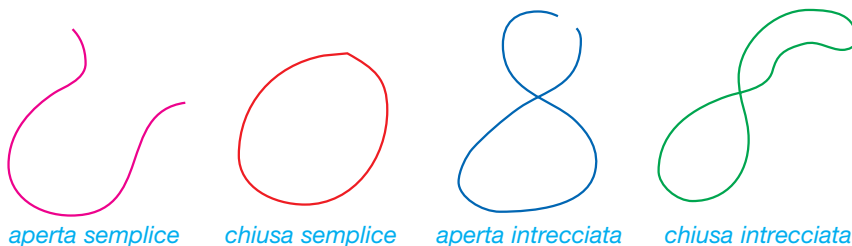
geometrici
fondamentali

fundamental
geometrical
concepts
objets
fondamentaux
de la géométrie
entes geométricos
fundamentales
基本几何物
كيان هندسي أساسي

► **punto**

point
point
punto
点
نقطة

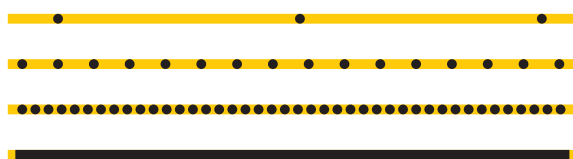
Una linea può essere **aperta** o **chiusa**, **semplice** o **intrecciata**.



La retta è una linea aperta semplice.

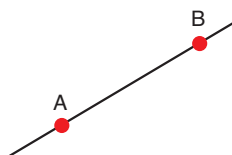
Le rette si indicano con le lettere minuscole dell'alfabeto.

La retta è costituita da infiniti punti.



Se tre punti si trovano sulla stessa retta si dicono **allineati**.

Per due punti A e B passa una e una sola retta.



La retta ha due **versi**, uno opposto all'altro.

Quando viene scelto uno dei versi come **positivo** (e l'altro come **negativo**), si dice che la retta è **orientata**.



► **(linea) aperta**

open
ouverte
abierta
开线
مفتوح

► **(linea) chiusa**

closed
fermée
cerrada
闭线
مغلق

► **(linea) semplice**

simple
simple
sencilla
单线
بسيط

► **(linea) intrecciata**

interlaced
entrecoupée
entrelazada
交叉线
متشابكة

► **(punti) allineati**

aligned points
points alignés
puntos alineados
联结点
(属于同样直线的点)
مُنْتَقِمة

► **(verso) positivo**

positiv
positif
positivo
正方向
موجب

► **(verso) negativo**

negative
négatif
negativo
反方向
سالب

► **(retta) orientata**

directed
orientée
orientada
定向的
مُوجَّهة

► **versi**

directions
sens
direcciones
直线的方向
اتجاهات

■ Il piano

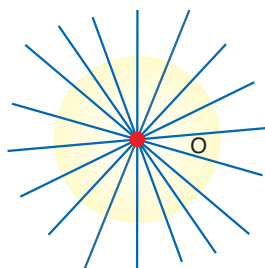
Il **piano** in geometria viene considerato dotato di due dimensioni: la **lunghezza** e la **larghezza**.

Il piano è indicato con lettere minuscole dell'**alfabeto greco**: α (alfa), β (beta), γ (gamma), δ (delta), ...



Il piano contiene infiniti punti e infinite rette.

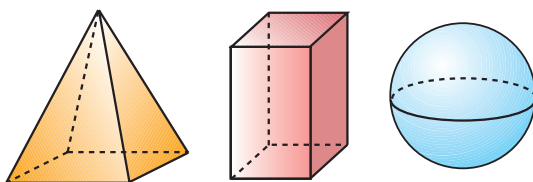
Per un punto O del piano passano infinite rette.



Le **figure geometriche** costituite da punti che appartengono a un piano si dicono **figure piane**.



Le **figure geometriche** i cui punti non appartengono tutti allo stesso piano si dicono **figure solide** (o **solidi**).



► piano

plane
plan
plano
平面
مُتَدَاة

► lunghezza

length
longueur
longitud
长短
الطُّول

► larghezza

width
largeur
anchura
宽度
عَرْض

► figure geometriche

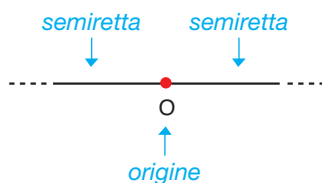
geometric figures
figures géométriques
figuras geométricas
几何图形
أشكال مُتَدَاة

► figure plane

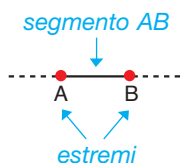
plane figures
figures planes
figuras planas
平面图形
أشكال مُتَدَاة

Semirette e segmenti

La **semiretta** è ciascuna delle due parti in cui una retta è divisa da un suo punto, detto **origine**.

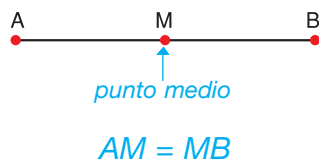


Il **segmento** è la parte di retta compresa fra due punti *A* e *B*.



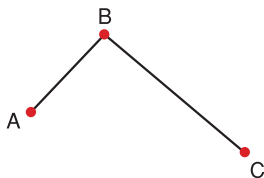
I punti *A* e *B* si dicono **estremi** del segmento.

Il **punto medio** di un segmento è il punto che divide il segmento in due parti **congruenti**.

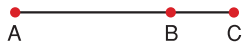


Segmenti consecutivi e adiacenti

Due segmenti si dicono **consecutivi** quando hanno solamente un estremo in comune.



Due segmenti si dicono **adiacenti** quando sono consecutivi e appartengono alla stessa retta.



► semiretta

ray (or half-line)
demi-droite
semirrecta
半直线
نصف مُستقيم

► origine

initial point
origine
origen
远点
أصل

► segmento

segment
segment
segmento
线段
قطعة

► estremi

end points
extrémités
extremos
首末点
طَرَفَا النِّشْبَةِ

► punto medio

mean point
point moyen
punto medio
中点
نقطة وَسِيطَة

► consecutivi

consecutive
consécutifs
consecutivos
因果的
مُتتَابِعَة

► adiacenti

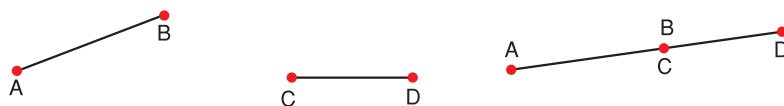
adjacent
adjacents
adyacentes
邻接的
مُتَّاحِضَان

► congruenti

congruent
congrus
congruentes
全等
مُتطَابِق

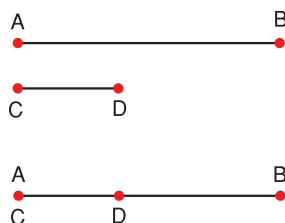
Addizione e sottrazione di segmenti

Per addizionare due segmenti, AB e CD , è necessario renderli adiacenti.



$$AB + CD = AD.$$

Per sottrarre da un segmento AB un segmento CD , minore di AB , bisogna sovrapporli.



$$AB - CD = DB.$$

Misura della lunghezza di un segmento

La **misura** di un segmento AB rispetto a un segmento u , preso come **unità di misura**, è quel numero che esprime quante volte il segmento u , o un suo sottomultiplo, è contenuto esattamente in AB .

Per esempio, dato il segmento AB :



la misura di AB , rispetto al centimetro, è 6. Si scrive:

$$AB = 6 \text{ cm}.$$

► **misura**

measure

mesure

medida

计量

القياس

► **unità**

di misura

unit of measurement

unité de mesure

unidad de medida

计量单位

وَحْدَةُ قِيَاسٍ

La misura

Misura delle grandezze

La **misura** di una **grandezza** A rispetto a una grandezza U , presa come **unità di misura**, è il numero che esprime quante volte la grandezza U , o un suo sottomultiplo, è contenuta esattamente in A .

- Per la misura di **lunghezze**, **superfici**, **volumi**, **capacità**, **pesi** si usa il **sistema metrico decimale**.
- Per la misura degli **angoli** si usa il **sistema sessagesimale**.
- Per la misura del tempo si usa un **sistema misto** decimale e sessagesimale.

misura

measure
mesure
medida

计量

القياس

grandezza

quantity (or size)
grandeur
magnitud

大小

كيفية

unità

di misura
unit of measurement
unité de mesure
unidad de medida

计量单位

وَحْدَةُ قِيَاسٍ

lunghezze

lengths
longueurs
longitudes

长度

طُول

superfici

surface areas
surfaces
superficies

面积

سَطْح

volumi

volumes
volumes
volúmenes

体积

أَحْجَام

capacità

capacity
capacité
capacidad

容积

سِيعَات

pesi

weights
poids
pesos

重量

أَوْزَان

sistema metrico decimale

metric system
système décimal (ou métrique)
sistema métrico decimal

十进制计量法

نُظْمَةُ مِثْرِيَّةٍ عَشْرِيَّةٍ

angolo

angle
angle
ángulo

角

زَاوِيَّة

sistema sessagesimale

sexagesimal system
système sexagésimal
sistema sexagesimal

六十进位的

سِتْوَائِي

(sistema) misto

mixed
mixte
mixto

混合的

مُخْتَلِط

Misure di lunghezza

L'unità di misura fondamentale per misurare la lunghezza è il **metro (m)**.

	unità di misura	valore in metri
multipli	kilometro (km)	1 km = 10 hm = 100 dam = 1 000 m
	ettometro (hm)	1 hm = 10 dam = 100 m
	decametro (dam)	1 dam = 10 m
	metro (m)	1 m
sottomultipli	decimetro (dm)	1 dm = 0,1 m
	centimetro (cm)	1 cm = 0,1 dm = 0,01 m
	millimetro (mm)	1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

Per trasformare una misura di lunghezza di un certo ordine in un'altra di ordine superiore/inferiore, devi dividerla/moltiplicarla per 10, 100, 1 000, ...

$$30 \text{ m} = 3 \text{ dam} = 0,3 \text{ hm} = 0,03 \text{ km};$$

$$30 \text{ m} = 300 \text{ dm} = 3 000 \text{ cm} = 30 000 \text{ mm}.$$

Misure di superficie

L'unità di misura fondamentale per misurare la superficie è il **metro quadrato (m²)**.

La misura della superficie è detta **area**.

	unità di misura	valore in metri quadrati
multipli	kilometro quadrato (km ²)	1 km ² = 100 hm ² = 10 000 dam ² = 1 000 000 m ²
	ettometro quadrato (hm ²)	1 hm ² = 100 dam ² = 10 000 m ²
	decametro quadrato (dam ²)	1 dam ² = 100 m ²
	metro quadrato (m ²)	1 m ²
sottomultipli	decimetro quadrato (dm ²)	1 dm ² = 0,01 m ²
	centimetro quadrato (cm ²)	1 cm ² = 0,01 dm ² = 0,0001 m ²
	millimetro quadrato (mm ²)	1 mm ² = 0,01 cm ² = 0,0001 dm ² = 0,000001 m ²

► **metro**

meter

mètre

metro

米

متر

► **metro**

quadrato

square meter

mètre carré

metro cuadrado

平方米

متر مربع

► **area**

area

aire

área

面积

مساحة

Per trasformare una misura di superficie di un certo ordine in un'altra di ordine superiore/inferiore, devi dividerla/moltiplicarla per 100, 10 000, ...

$$30 \text{ m}^2 = 0,3 \text{ dam}^2 = 0,003 \text{ hm}^2 = 0,00003 \text{ km}^2;$$

$$30 \text{ m}^2 = 3\,000 \text{ dm}^2 = 300\,000 \text{ cm}^2 = 30\,000\,000 \text{ mm}^2.$$

Misure di volume

Il **volume** è la misura dello spazio occupato da un corpo.

L'unità di misura fondamentale per misurare il volume è il **metro cubo** (m^3).

	unità di misura	valore in metri cubi
multipli	kilometro cubo (km^3)	$1 \text{ km}^3 = 1\,000 \text{ hm}^3 = 1\,000\,000 \text{ dam}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$
	ettometro cubo (hm^3)	$1 \text{ hm}^3 = 1\,000 \text{ dam}^3 = 1\,000\,000 \text{ m}^3$
	decametro cubo (dam^3)	$1 \text{ dam}^3 = 1\,000 \text{ m}^3$
	metro cubo (m^3)	1 m^3
sottomultipli	decimetro cubo (dm^3)	$1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$
	centimetro cubo (cm^3)	$1 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ dm}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$
	millimetro cubo (mm^3)	$1 \text{ mm}^3 = 0,001 \text{ cm}^3 = 0,000001 \text{ dm}^3 = 0,000000001 \text{ m}^3$

Per trasformare una misura di volume di un certo ordine in un'altra di ordine superiore/inferiore, devi dividerla/moltiplicarla per 1 000, 1 000 000, ...

$$30 \text{ m}^3 = 0,03 \text{ dam}^3 = 0,00003 \text{ hm}^3 = 0,000000003 \text{ km}^3;$$

$$30 \text{ m}^3 = 30\,000 \text{ dm}^3 = 30\,000\,000 \text{ cm}^3 = 30\,000\,000\,000 \text{ mm}^3.$$

Misure di capacità

La **capacità** è il volume di un recipiente cavo che può contenere **liquidi**.

L'unità di misura fondamentale per misurare la capacità è il **litro** (l).

	unità di misura	valore in litri
multipli	ettolitro (hl)	$1 \text{ hl} = 10 \text{ dal} = 100 \text{ l}$
	decalitro (dal)	$1 \text{ dal} = 10 \text{ l}$
	litro (l)	1 l
sottomultipli	decilitro (dl)	$1 \text{ dl} = 0,1 \text{ l}$
	centilitro (cl)	$1 \text{ cl} = 0,1 \text{ dl} = 0,01 \text{ l}$
	millilitro (ml)	$1 \text{ ml} = 0,1 \text{ cl} = 0,01 \text{ dl} = 0,001 \text{ l}$

volume

volume
volume
volumen

体积

حجم

metro cubo

cubic meter
mètre cube
metro cúbico

立方米

متر مكعب

capacità

capacity
capacité
capacidad

容积

سعة

liquidi

liquids
liquides
líquidos

液体

سوائل

litro

liter
litre
litro

升

لتر

Per trasformare una misura di capacità di un certo ordine in un'altra di ordine superiore/inferiore, devi dividerla/moltiplicarla per 10, 100, 1 000, ...

$$45 \text{ l} = 4,5 \text{ dal} = 0,45 \text{ hl};$$

$$45 \text{ l} = 450 \text{ dl} = 4500 \text{ cl} = 45\,000 \text{ ml}.$$

Misure di peso

L'unità di misura fondamentale per misurare il **peso** è il **kilogrammo** (kg).

	unità di misura	valore in kilogrammi
multipli	megagrammo (Mg)	1 Mg = 1 000 kg
	kilogrammo (kg)	1 kg
sottomultipli	ettogrammo (hg)	1 hg = 0,1 kg
	decagrammo (dag)	1 dag = 0,1 hg = 0,01 kg
	grammo (g)	1 g = 0,1 dag = 0,01 hg = 0,001 kg
	decigrammo (dg)	1 dg = 0,1 g = 0,01 dag = 0,001 hg = 0,0001 kg
	centigrammo (cg)	1 cg = 0,1 dg = 0,01 g = 0,001 dag = 0,0001 hg = 0,00001 kg
	milligrammo (mg)	1 mg = 0,1 cg = 0,01 dg = 0,001 g = 0,0001 dag = 0,00001 hg = 0,000001 kg

Per trasformare una misura di peso di un certo ordine in un'altra di ordine superiore/inferiore, devi dividerla/moltiplicarla per 10, 100, 1 000, ...

$$25 \text{ kg} = 0,025 \text{ Mg};$$

$$25 \text{ kg} = 250 \text{ hg} = 2\,500 \text{ dag} = 25\,000 \text{ g}.$$

Peso specifico

Il **peso specifico** (p_s) è il peso di una unità di volume di una certa sostanza.

$$p_s = \frac{P}{V}$$

Ogni sostanza è caratterizzata dal suo particolare peso specifico.

unità di misura	
volume	peso
m ³	Mg (t)
dm ³	kg
cm ³	g

► **peso**

weight
poids
peso
重量
وزن

► **kilogrammo**

kilogram
kilogramme
kilogramo
千克 (公斤)
كيلوغرام

► **peso**

specifico
specific gravity
poids spécifique
peso específico
比重
وزن نوعي

B) Sottrazione

Considera l'esempio $5^h 45^m 39^s - 2^h 29^m 40^s$:

$$\begin{array}{r}
 5^h \quad 44^m \quad 99^s \\
 2^h \quad 29^m \quad 40^s \\
 \hline
 3^h \quad 15^m \quad 59^s
 \end{array}$$

Ottieni: **3^h 15^m 59^s**.

C) Moltiplicazione

Considera l'esempio $3^h \ 28^m \ 12^s \times 6$:

$$\begin{array}{r}
 3^h \quad 28^m \quad 12^s \times 6 \\
 \hline
 18^h \quad 168^m \quad 72^s \\
 \hline
 18^h \quad 168^m \quad 72^s \\
 + \quad \quad \quad 60^s + 12^s \\
 \hline
 18^h \quad 168^m \quad 84^s \\
 + \quad \quad \quad 1^m \\
 \hline
 18^h \quad 169^m \quad 84^s \\
 + \quad \quad \quad 60^m + 60^m + 49^m \\
 \hline
 19^h \quad 169^m \quad 84^s \\
 + \quad \quad \quad 2^h \\
 \hline
 20^h \quad 169^m \quad 84^s
 \end{array}$$

Ottieni: 20^h 49^m 12^s.

D) Divisione

Considera l'esempio $22^h 21^m 10^s : 5$:

Diagram illustrating the addition of time intervals:

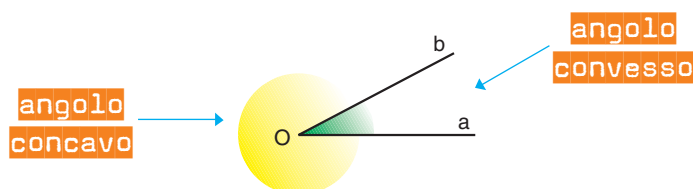
$$\begin{array}{r}
 22^h \quad 21^m \quad 10^s : 5 = 4^h \quad 28^m \quad 14^s \\
 \downarrow + \\
 2^h \rightarrow \underline{120^m} \\
 \quad \quad \underline{141^m} \\
 \quad \quad 1^m \rightarrow \underline{60^s} \\
 \quad \quad \quad \underline{70^s} \\
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

Ottieni: 4^h 28^m 14^s.

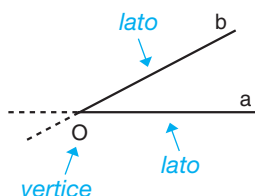
Gli angoli

Definizione di angolo

L'**angolo** è ciascuna delle due parti in cui un piano è diviso da due semirette aventi l'origine in comune.



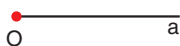
Le due semirette si dicono **lati** e l'origine O si dice **vertice** dell'angolo.



$a\hat{O}b$ è il simbolo per indicare l'angolo.

Angolo nullo, giro, piatto

Un angolo si dice **angolo nullo** se è privo di punti interni (0°).



angolo

angle
angle
ángulo
角
زاوية

angolo concavo

reflex angle
angle concave
ángulo cóncavo
凹角
زاوية منفرجة

angolo convesso

convex angle
angle convexe
ángulo convexo
凸角
زاوية منحدبة

lati

sides
côtés
lados
边
أطراف

vertice

vertex
sommet
vértice
顶点
قمة

angolo nullo

zero-degree angle
angle nul
ángulo nulo
零角
زاوية منعدمة

Un angolo si dice **angolo giro** se i due lati concidono e contiene tutti i punti del piano (360°).

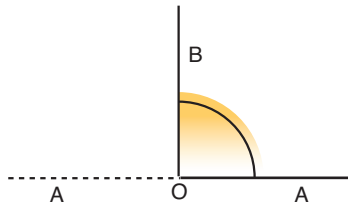


Un angolo si dice **angolo piatto** se i suoi lati sono due semirette opposte (180°).

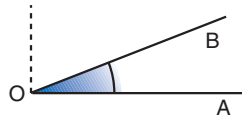


■ Angolo retto, acuto, ottuso

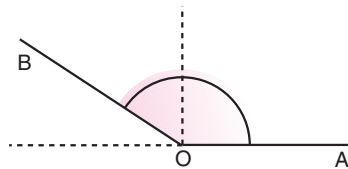
Un **angolo retto** è la metà di un angolo piatto (90°).



Un angolo si dice **angolo acuto** se è minore di un angolo retto ($< 90^\circ$).



Un angolo si dice **angolo ottuso** se è maggiore di un angolo retto e minore di un angolo piatto ($> 90^\circ$; $< 180^\circ$).



► **angolo giro**
perigon (or round or revolution) angle
angle plein
ángulo completo
o perigonal
圓周角
زاوية مُلَيَّنة

► **angolo piatto**
straight angle
angle plat
ángulo plano
平角
زاوية مُسْتَقِيمَة

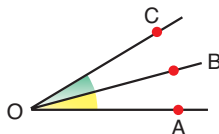
► **angolo retto**
right angle
angle droit
ángulo recto
直角
زاوية قائِمة

► **angolo acuto**
acute angle
angle aigu
ángulo agudo
锐角
زاوية حادّة

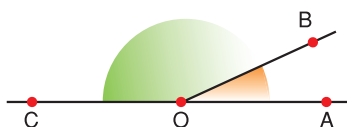
► **angolo ottuso**
obtuse angle
angle obtus
ángulo obtuso
钝角
زاوية مُتَفَرِّجَة

■ Angoli consecutivi e angoli adiacenti

Due angoli si dicono **angoli consecutivi** quando hanno un lato e il vertice in comune.

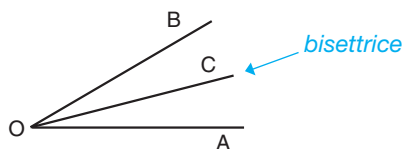


Due angoli si dicono **angoli adiacenti** quando sono consecutivi e i lati non comuni sono sulla stessa retta.



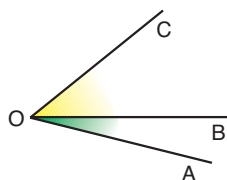
■ Bisettrice di un angolo

La **bisettrice** di un angolo è la semiretta che ha origine nel vertice dell'angolo e lo divide in due parti **congruenti**.



■ Addizione e sottrazione di angoli

Si dice somma di due angoli consecutivi l'angolo che ha come lati i lati non comuni degli angoli considerati e contiene al suo interno il lato comune:



$$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC}.$$

► **angoli consecutivi**
adjacent angles
angles consécutifs
ángulos consecutivos
因果角
زاويتان متاليتان

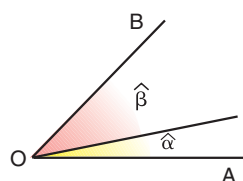
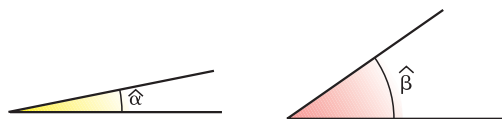
► **angoli adiacenti**
supplementary angles
angles adjacents
ángulos adyacentes
邻接角
زاويتان مُحاذيتان

► **bisettrice**
(angle) bisector
bissectrice
bisectriz
角平分线
النصف

► (angoli) congruenti

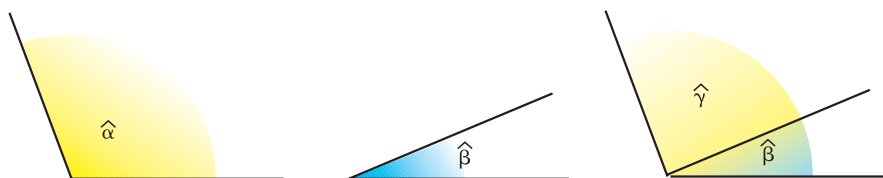
congruent
congrus
congruentes
全等角
مُطابقتان

Per aggiungere due angoli non consecutivi è necessario disegnarli in modo tale che risultino consecutivi:



$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = \widehat{AOB}.$$

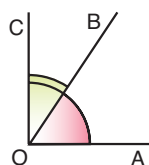
La differenza di due angoli è un terzo angolo che addizionato al minore dà come somma l'angolo maggiore:



$$\hat{\alpha} - \hat{\beta} = \hat{\gamma}.$$

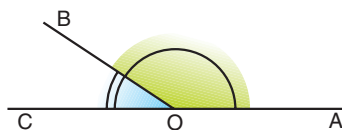
■ Angoli complementari, supplementari, esplementari

Due angoli si dicono **angoli complementari** se la loro somma è un angolo retto:



$$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC} = 90^\circ.$$

Due angoli si dicono **angoli supplementari** se la loro somma è un angolo piatto:

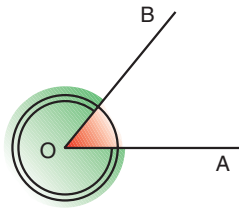


$$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC} = 180^\circ.$$

► **angoli complementari**
complementary angles
angles complémentaires
ángulos complementarios
余角
زاويتان مُتَمَافَتَان

► **angoli supplementari**
supplementary angles
angles supplémentaires
ángulos suplementarios
补角
زاويتان مُتَمَافَتَان

Due angoli si dicono **angoli esplementari** se la loro somma è un angolo giro.

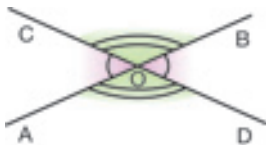


$$\widehat{AOB} + \widehat{BOA} = 360^\circ.$$

Angoli opposti al vertice

Due angoli sono **angoli opposti al vertice** se i lati dell'uno sono le semirette opposte dei lati dell'altro.

Due angoli opposti al vertice sono congruenti.



$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC}; \quad \widehat{AOC} = \widehat{BOD}.$$

Misura degli angoli

L'**ampiezza** di un angolo si misura in:

- **gradi** ($^\circ$) → il grado si ottiene dividendo l'angolo giro in 360 parti uguali;
- **primi** ($'$) → il primo si ottiene dividendo il grado in 60 parti uguali;
- **secondi** ($''$) → il secondo si ottiene dividendo il primo in 60 parti uguali.

Questo sistema di misura è detto **sessagesimale**, perché 60 unità di un certo ordine costituiscono una unità dell'ordine immediatamente superiore.

$$\begin{aligned} 1^\circ &= 60'; \\ 1' &= 60''; \\ 1^\circ &= 3600''. \end{aligned}$$

► **angoli esplementari**
explementary angles
or conjugate angles
angles pleins
ángulos conjugados
共辅角
زاويتان ممليتان

► **angoli opposti al vertice**
vertical
(or opposite) angles
angles opposés
par le sommet
ángulos opuestos
por el vértice
对顶角
زاويتان متقابلتان بالقيمة

► **ampiezza**
width
ouverture
amplitud
角宽
انفتاح زاوية

► **gradi**
degrees
degrés
grados
度
درجات

► **secondi**
seconds
secondes
segundos
分
ثانية

► **sessagesimale**
sexagesimal
sexagésimal
sexagesimal
六十进位的
بستوني

► **primi**
minutes
minutes
minutos
分
دقائق

■ Calcoli con le misure degli angoli

Le quattro operazioni con le misure degli angoli si eseguono con gli stessi procedimenti già visti per le operazioni con le misure del tempo.

A) Addizione

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = \hat{\gamma}$$

$$\hat{\alpha} = 15^\circ 28' 50'';$$

$$\hat{\beta} = 110^\circ 34' 28''.$$

$$\begin{array}{r} 15^\circ \quad 28' \quad 50'' + \\ 110^\circ \quad 34' \quad 28'' = \\ \hline 125^\circ \quad 62' \quad 78'' \\ \begin{array}{l} \downarrow + \\ \downarrow + \\ \downarrow + \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60'' + 18'' = 78'' \\ \downarrow \\ 1' \\ \downarrow \\ 63' \\ \downarrow \\ 60' + 3' = 63' \\ \downarrow \\ 1^\circ \\ \downarrow \\ 126^\circ \end{array}$$

$$\hat{\gamma} = 126^\circ 3' 18''.$$

B) Sottrazione

$$\hat{\alpha} - \hat{\beta} = \hat{\gamma}$$

$$\hat{\alpha} = 160^\circ 45' 39'';$$

$$\hat{\beta} = 51^\circ 29' 40''.$$

$$\begin{array}{r} 160^\circ \quad 45' \quad 39'' - \\ 51^\circ \quad 29' \quad 40'' = \\ \hline 109^\circ \quad 15' \quad 59'' \end{array}$$

$$\hat{\gamma} = 109^\circ 15' 59''.$$

$$\hat{\alpha} \times 6 = \hat{\gamma}$$

Diagram illustrating the addition of angles using a vertical line and arrows to show the carry-over process:

$$\begin{array}{r}
 35^\circ \quad 28' \quad 12'' \times \\
 \hline
 210^\circ \quad 168' \quad 72'' \\
 \hline
 + 60'' + 12'' \\
 \downarrow \\
 1' \\
 \downarrow \\
 60' + 60' + 49' \\
 \downarrow \\
 2^\circ \\
 \hline
 212^\circ
 \end{array}$$

$$\hat{\alpha} : 5 = \hat{\gamma}$$

Diagram illustrating the conversion of 92° 21' 10" to decimal degrees:

- 92°
- 21' is converted to 120' (21' × 60) and then to 0.35° (120' / 144').
- 10" is converted to 60" (10" × 6) and then to 0.0028° (60" / 21600").
- The final result is 92.3528°.

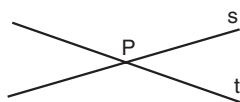
81

Rette perpendicolari e rette parallele

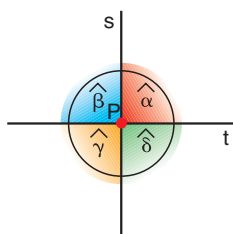
■ Posizioni reciproche delle rette complanari

Due rette che stanno sullo stesso piano si dicono **rette complanari**.

Due rette si dicono **rette incidenti** se hanno un solo punto in comune.



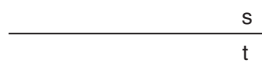
Le **rette perpendicolari** sono incidenti e formano quattro angoli retti. Si indicano così: $s \perp t$.



$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= 90^\circ; & \hat{\beta} &= 90^\circ; \\ \hat{\gamma} &= 90^\circ; & \hat{\delta} &= 90^\circ. \end{aligned}$$

Le **rette parallele** non hanno alcun punto in comune.

Si indicano così: $s \parallel t$.



► **rette complanari**
coplanar lines
droites coplanaires
rectas complanarias
共面直线
مُستقيمان مُتَجَدَّة

► **rette incidenti**
incident lines
droites sécantes
rectas incidentes
入射线
مُستقيمان ساقِطان

► **rette perpendicolari**
perpendicular lines
droites perpendiculaires
rectas perpendiculares
垂线
مُستقيمان مُتَعَامِدَتان

► **rette parallele**
parallel lines
droites parallèles
rectas paralelas
平行线
مُستقيمان مُتَوَازِيان

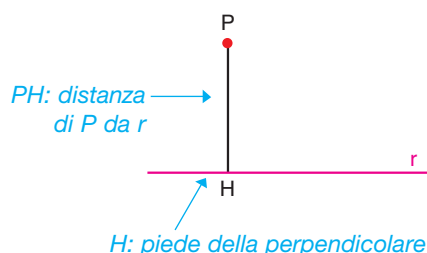
Le **rette coincidenti** hanno tutti i punti in comune.
Si indicano così: $s \equiv t$.



■ Distanza di un punto da una retta

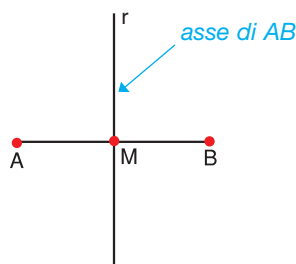
La **distanza** fra una retta r e un punto P dello stesso piano, ma non appartenente a r , è il segmento di perpendicolare condotto dal punto alla retta.

Il punto H è detto **piede della perpendicolare**.



■ Asse di un segmento

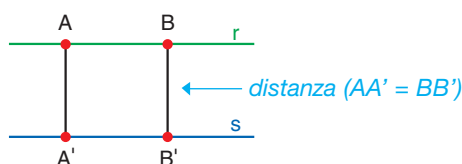
L'**asse di un segmento** è la retta perpendicolare al segmento nel suo punto medio.



$$r \perp \overline{AB}; \quad \overline{AM} = \overline{MB}.$$

■ Distanza di due rette parallele

La distanza di due rette parallele è la distanza di un qualsiasi punto di una di esse dall'altra.



► **rette coincidenti**
coinciding lines
droites coïncidentes
rectas coincidentes
重合线
مستقيمان مُطابِقان

► **distanza**
distance
distance
distancia
距离
البُعد

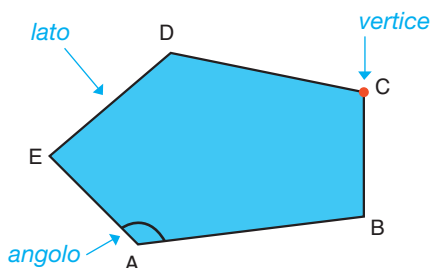
► **piede della perpendicolare**
perpendicular foot
pied d'une perpendiculaire
pie de la perpendiculaire
垂线底
مَوْقِعُ عَمُودِي

► **asse di un segmento**
axis
médiatrice
eje de un segmento
线段轴线
مِغْوَر قِطْعَةٍ

I poligoni e la loro rappresentazione nel piano cartesiano

■ Modelli di poligoni

Si dice **poligono** la parte di piano limitata da una spezzata chiusa semplice.



$ABCDE$ → poligono;
 A, B, C, D, E → vertici;
 AB, BC, CD, DE, EA → lati;
 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}, \hat{E}$ → angoli.

In un poligono ogni lato è minore della somma degli altri lati.
La somma dei lati è detta **perimetro**.

numero dei lati	nome del poligono
3	triangolo
4	quadrilatero
5	pentagono
6	esagono
7	ettagono
8	ottagono

► poligono

polygon
 polygone
 polígono
 多边形
 مُضَلَّع

▶ `perimetro`

perimeter
périmètre
perímetro
周边
محيط

► triangolo

triangle
triangle
triángulo
三角形
مُثَلَّث

► quadrilatero

quadrilateral
quadrilatère
cuadrilátero
四邊形
رُباعی

► pentagono

pentagon
pentagone
pentágono
五边形
خماسي الأضلاع

hexagon
hexagone
hexágono
六边形
سداسي الاضلاع

▶ ettagono

heptagon
heptagone
heptágono
七边形
مُسْتَعِ الأضلاع

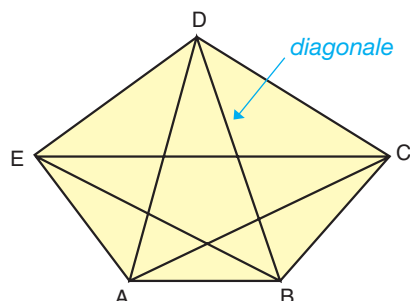
▶ ottagono

octagon
octogone
octágono
八边形
مُثَمَّن الأضلاع

■ Diagonali e angoli di un poligono

A) Diagonali

La **diagonale** di un poligono è un segmento che unisce due vertici non consecutivi.



$AC, AD, BD, BE, CE \rightarrow$ diagonali.

Il numero totale delle diagonali di un poligono di n lati è:

$$\frac{n \times (n - 3)}{2}.$$

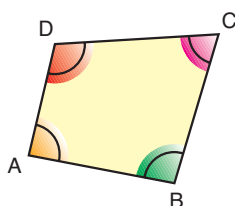
Per esempio, nel **pentagono** $ABCDE$ ($n = 5$) le diagonali sono cinque, infatti si ha:

$$\frac{5 \times (5 - 3)}{2} = 5.$$

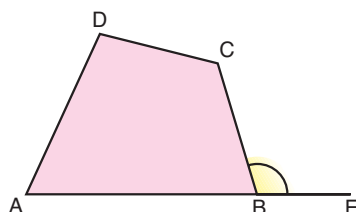
B) Angoli

$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ sono **angoli interni** del poligono.

Un poligono di n lati ha n angoli interni.



Un angolo adiacente a un angolo interno si dice **angolo esterno**.



► diagonale

diagonal
diagonale
diagonal
对角线
ضلع قطري

► angoli interni

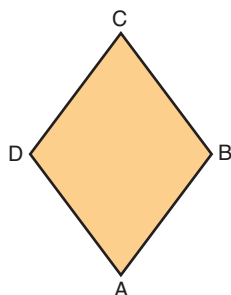
interior angles
angles intérieurs
ángulos interiores
内角
زاويا داخلية

► angolo esterno

exterior angle
angle extérieur
ángulo exterior
外交
زاوية خارجية

■ Poligoni regolari

Un poligono si dice **equilatero** se ha i lati congruenti.



$$AB = BC = CD = DA.$$

Per esempio, il rombo è un poligono equilatero.

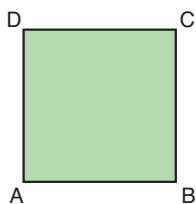
Un poligono si dice **equiangolo** se ha gli angoli congruenti.



$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}.$$

Per esempio, il rettangolo è un poligono equiangolo.

Un poligono si dice **regolare** se ha i lati e gli angoli congruenti.



$$AB = BC = CD = DA;$$

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}.$$

Per esempio, il quadrato è un poligono regolare.

► **(poligono)**
equilatero

equilateral
équilateral
equilátero
等边的
مُتساوي الأضلاع

► **(poligono)**
equiangolo

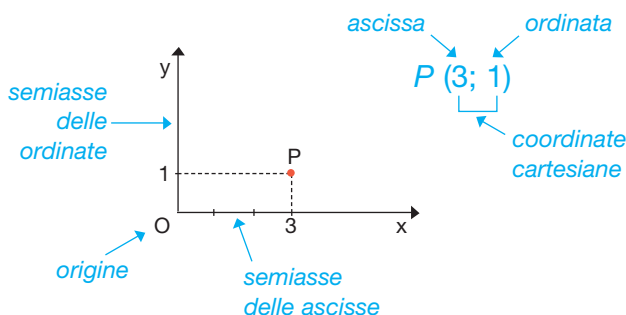
equiangular
équiangle
equiángulo
等角的
مُتساوي الزوايا

► **(poligono)**
regolare

regular
régulier
regular
规则性的
مُنظَّم

Il piano cartesiano

Il **piano cartesiano** è individuato da due semirette perpendicolari fra loro che hanno l'origine in comune.



A ogni punto P del piano cartesiano corrisponde una coppia ordinata $(a; b)$ di numeri. I due numeri si dicono **coordinate cartesiane** di P ; in particolare, a è detta **ascissa**, b è detta **ordinata**:

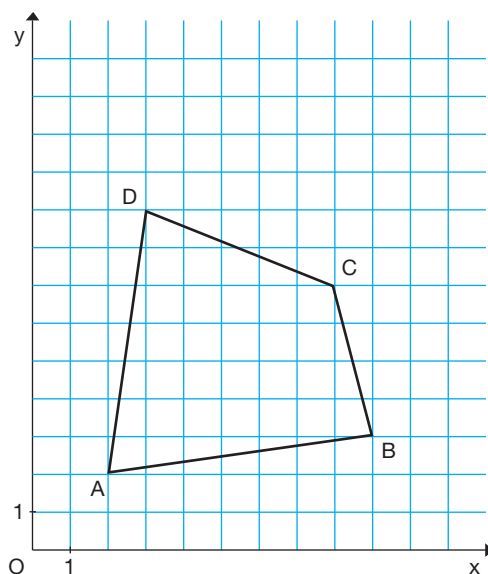
$$P(3; 1).$$

Nel piano cartesiano si possono rappresentare poligoni di cui si conoscono le coordinate cartesiane dei vertici.

Per esempio, il quadrilatero di vertici

$$A(2; 2); B(9; 3); C(8; 7); D(3; 9)$$

è rappresentato nel piano cartesiano.



piano

cartesiano

Cartesian coordinate system
or rectangular coordinate system
plan cartésien
plano cartesiano
笛卡尔平面
مستوى ديكارتي

coordinate

cartesiane

Cartesian coordinates
coordonnées cartésiennes
coordenadas cartesianas
迪卡尔坐标
احداثيات ديكارتية

ascissa

abscissa
abscisse
abscisa
横标
الإحداثي السيني

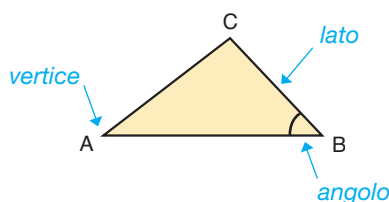
ordinata

ordinate
ordonnée
ordenada
纵标
احداثية نقطة

I triangoli

■ Elementi fondamentali del triangolo e proprietà dei lati

Un **triangolo** è un poligono con tre lati.



$A, B, C \rightarrow$ vertici
 $AB, BC, CA \rightarrow$ lati
 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C} \rightarrow$ angoli

In un triangolo ogni lato è minore della somma degli altri due.

In un triangolo ogni lato è maggiore della differenza degli altri due.

■ Proprietà degli angoli di un triangolo

La somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto:

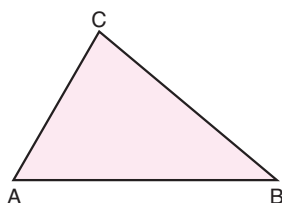
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ.$$

La somma degli angoli esterni di un triangolo è di due angoli piatti (360°).

■ Classificazione dei triangoli

A) Rispetto ai lati

Triangolo scaleno: ha i tre lati disuguali.



$$AB \neq BC \neq CA.$$

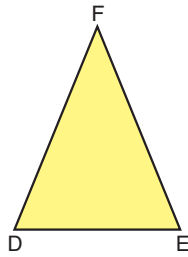
► **triangolo**

triangle
 triangle
 triángulo
 三角形
 مثلث

► **triangolo scaleno**

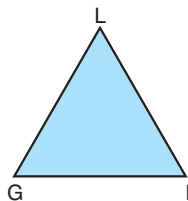
scalene triangle
 triangle scalène
 triángulo escaleno
 不等边三角形
 مثلث مختلف الأضلاع

Triangolo isoscele: ha due lati congruenti.



$$DF = EF.$$

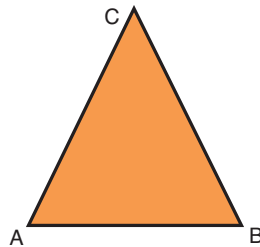
Triangolo equilatero: ha i tre lati congruenti.



$$GI = IL = LG.$$

B) Rispetto agli angoli

Triangolo acutangolo: ha i tre angoli acuti.



$$\begin{aligned}\hat{A} &< 90^\circ; \\ \hat{B} &< 90^\circ; \\ \hat{C} &< 90^\circ.\end{aligned}$$

► **triangolo isoscele**

isosceles triangle
triangle isocèle
triángulo isósceles
等腰三角形
مُثلَّث متساوي الساقين

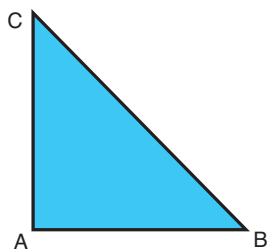
► **triangolo equilatero**

equilateral triangle
triangle équilatéral
triángulo equilátero
等边三角形
مُثلَّث متساوي الأضلاع

► **triangolo acutangolo**

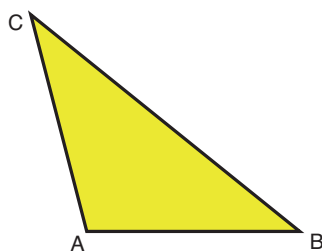
acute triangle
triangle acutangle
triángulo acutángulo
锐角三角形
مثلث حادّ الزاوية

Triangolo rettangolo: ha un angolo retto e due angoli acuti.



$$\begin{aligned}\hat{A} &= 90^\circ; \\ \hat{B} &< 90^\circ; \\ \hat{C} &< 90^\circ.\end{aligned}$$

Triangolo ottusangolo: ha un angolo ottuso e due angoli acuti.



$$\begin{aligned}\hat{A} &> 90^\circ; \\ \hat{B} &< 90^\circ; \\ \hat{C} &< 90^\circ.\end{aligned}$$

► **triangolo rettangolo**

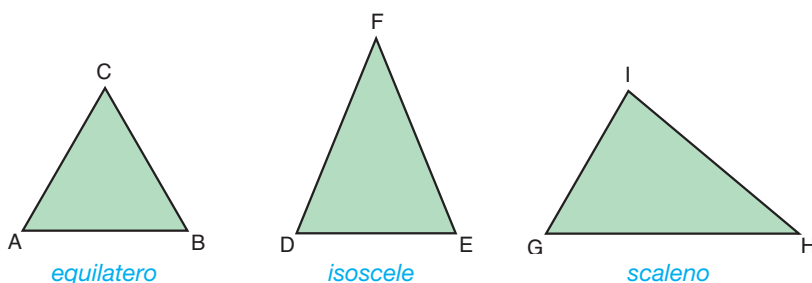
right triangle
triangle rectangle
triángulo rectángulo
直角三角形
مُثلَّث قائم الزاوية

► **triangolo ottusangolo**

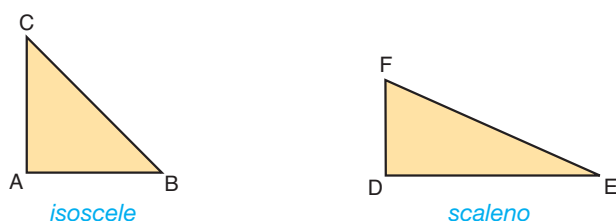
obtuse triangle
triangle obtusangle
triángulo obtusángulo
钝角三角形
مُثلَّث منفرج الزاوية

C) Rispetto agli angoli e ai lati

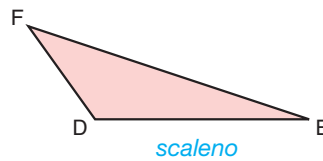
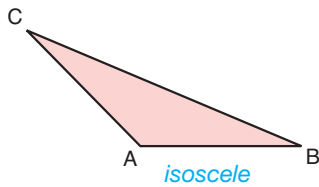
Un triangolo **acutangolo** può essere:



Un triangolo **rettangolo** può essere:

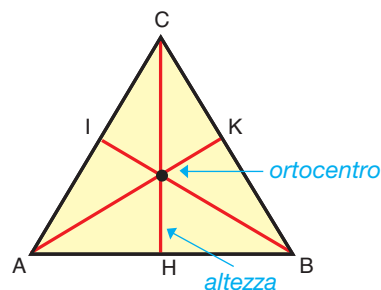


Un triangolo **ottusangolo** può essere:



■ Altezze e ortocentro di un triangolo

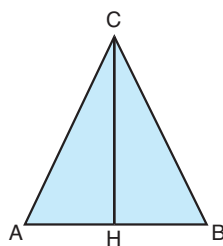
In un triangolo ci sono tre altezze; ogni altezza è perpendicolare al relativo lato. Le tre altezze si incontrano in un punto detto **ortocentro**.



$$\begin{aligned} CH &\perp AB; \\ AK &\perp BC; \\ BI &\perp CA. \end{aligned}$$

■ Proprietà dei triangoli

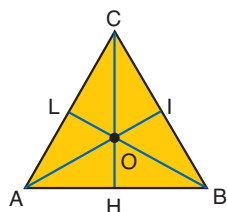
A) Proprietà del triangolo isoscele



$$\begin{aligned} CA &= BC; \\ \hat{A} &= \hat{B}. \end{aligned}$$

CH è l'altezza relativa al lato AB e lo divide in due parti congruenti:

$$AH = HB.$$

B) Proprietà del triangolo equilatero

$$AB = BC = CA;$$

$$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^\circ.$$

CH è l'altezza relativa al lato AB e lo divide in due parti congruenti:

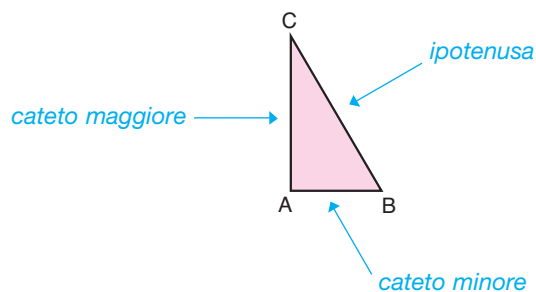
$$AH = HB.$$

BL è l'altezza relativa al lato CA e lo divide in due parti congruenti:

$$CL = LA.$$

AI è l'altezza relativa al lato BC e lo divide in due parti congruenti:

$$BI = IC.$$

C) Proprietà del triangolo rettangolo

$$\widehat{A} = 90^\circ;$$

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ.$$

AC è l'altezza relativa al lato AB .

AB è l'altezza relativa al lato CA .

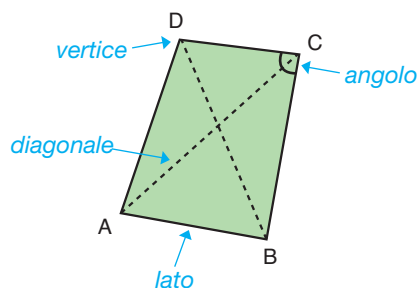
I lati del triangolo rettangolo sono detti:

- **cateto maggiore** e **cateto minore**, i lati dell'angolo retto;
- **ipotenusa**, il lato opposto all'angolo retto.

I quadrilateri

■ Caratteristiche generali dei quadrilateri

Un **quadrilatero** è un poligono con quattro lati e quattro angoli.



$A, B, C, D \rightarrow$ vertici; $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D} \rightarrow$ angoli;
 $AB, BC, CD, DA \rightarrow$ lati; $AC, BD \rightarrow$ diagonali.

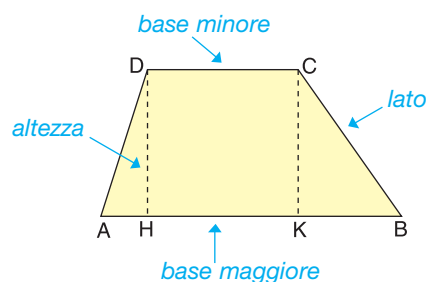
La somma degli angoli interni di un quadrilatero è 360° :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ.$$

La somma degli angoli esterni di un quadrilatero è di due angoli piatti (360°).

■ Trapezio

Un **trapezio** è un quadrilatero con due lati opposti paralleli. I lati paralleli si dicono **basi** (**base maggiore**, **base minore**). La distanza fra le due basi è detta **altezza**.



$$AB \parallel CD;$$

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ;$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ.$$

► quadrilatero

quadrilateral
 quadrilatère
 cuadrilátero
 四边形
 رباعي الأضلاع

► trapezio

trapezoid
 trapèze
 trapecio
 不规则四边形
 شبه منحرف

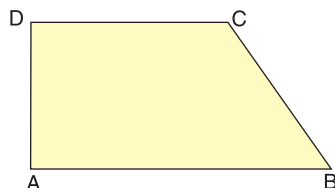
► base maggiore

longer side
 grande base
 base mayor
 大基边
 قاعدة كبرى

► base minore

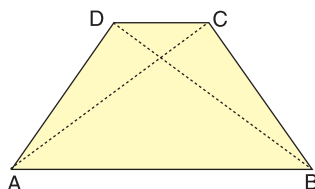
smaller side
 petite base
 base menor
 小基边
 قاعدة صغرى

- **Trapezio rettangolo**: ha uno dei due lati non paralleli perpendicolare alle basi.



$$\begin{aligned} DA &\perp CD; \\ DA &\perp AB; \\ \widehat{A} &= \widehat{D} = 90^\circ. \end{aligned}$$

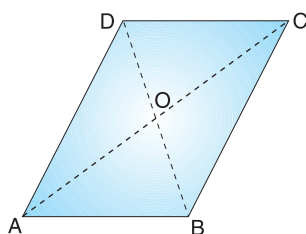
- **Trapezio isoscele**: ha due lati congruenti.



$$\begin{aligned} BC &= DA; \\ \widehat{A} &= \widehat{B}; \\ \widehat{C} &= \widehat{D}; \\ AC &= BD. \end{aligned}$$

■ Parallelogrammo

Un **parallelogrammo** è un quadrilatero con i lati opposti paralleli.



$$\begin{aligned} AB &\parallel CD; \\ DA &\parallel BC; \\ AB &= CD; \\ DA &= BC; \\ \widehat{A} &= \widehat{C}; \\ \widehat{B} &= \widehat{D}; \\ AO &= OC; \\ BO &= OD. \end{aligned}$$

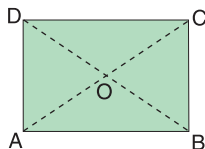
► **trapezio rettangolo**
right trapezoid
trapèze rectangle
trapezio rectángulo
执教不规则四边形
شبه مُنْخَرَف قائم

► **trapezio isoscele**
isosceles trapezoid
trapèze isocèle
trapezio isósceles
等腰的不规则四边形
شبه مُنْخَرَف

► **parallelogrammo**
parallelogram
parallélogramme
paralelogramo
平行四边形
مُتَوَازِي الأضلاع

Rettangolo

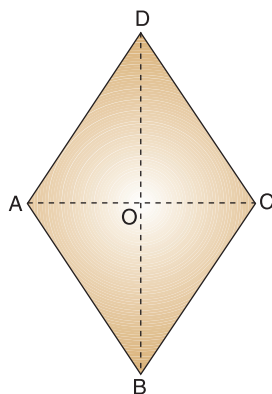
Un **rettangolo** è un parallelogramma con quattro angoli retti.



$$\begin{aligned}\widehat{A} &= \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ; \\ AB &= CD; \quad BC = DA; \\ AC &= BD.\end{aligned}$$

Rombo

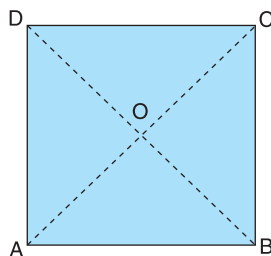
Un **rombo** è un parallelogramma con quattro lati congruenti.



$$\begin{aligned}AB &= BC = CD = DA; \\ \widehat{A} &= \widehat{C}; \quad \widehat{B} = \widehat{D}; \\ AC &\perp BD.\end{aligned}$$

Quadrato

Il **quadrato** è un parallelogramma che ha i lati e gli angoli congruenti.



$$\begin{aligned}AB &= BC = CD = DA; \\ \widehat{A} &= \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ; \\ AC &= BD; \quad AC \perp BD.\end{aligned}$$

rettangolo

rectangle
rectangle
rectángulo
长方形
مُسْتَطِيل

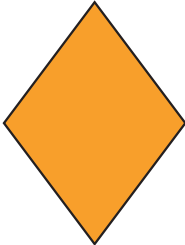
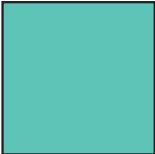
rombo

rhombus
losange
rombo
斜方形
مُسْتَعِين

quadrato

square
carré
cuadrado
方形
مُرَبَّع

■ La classificazione dei quadrilateri

Quadrilateri	
Trapezio 	Il trapezio è un quadrilatero con due lati opposti paralleli
Parallelogrammo 	Il parallelogrammo è un quadrilatero con i lati paralleli a due a due
Rettangolo 	Il rettangolo è un parallelogrammo con i quattro angoli retti
Rombo 	Il rombo è un parallelogrammo con i quattro lati congruenti
Quadrato 	Il quadrato è un particolare rettangolo perché ha gli angoli congruenti ed è anche un particolare rombo perché ha i lati congruenti